

雲量と凝結量

- 「雲量」は、飽和水蒸気量を超える確率

$$C = P(\bar{q}_w + q'_w > q_{\text{sat}}) = P(q'_w > q_{\text{sat}} - \bar{q}_w) = \int_{q_{\text{sat}} - \bar{q}_w}^{\infty} f(q'_w) dq'_w$$

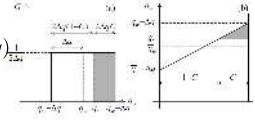
- 「凝結量」は飽和水蒸気量を超えた分の期待値

$$\bar{q}_i = E(\bar{q}_w + q'_w - q_{\text{sat}}) = \int_{q_{\text{sat}} - \bar{q}_w}^{\infty} (\bar{q}_w + q'_w - q_{\text{sat}}) f(q'_w) dq'_w$$

例:一様分布

- PDFが $-\Delta q \leq q'_w \leq \Delta q$ で一様

$$f(q'_w) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta q} & (-\Delta q \leq q'_w \leq \Delta q) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$C = \int_{q_{\text{sat}} - \bar{q}_w}^{\infty} f(q'_w) dq'_w = \begin{cases} 0 & (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w > \Delta q) \\ \frac{\Delta q - (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w)}{2\Delta q} & (-\Delta q < q_{\text{sat}} - \bar{q}_w < \Delta q) \\ 1 & (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w < -\Delta q) \end{cases}$$

$$\bar{q}_i = \int_{q_{\text{sat}} - \bar{q}_w}^{\infty} (\bar{q}_w + q'_w - q_{\text{sat}}) f(q'_w) dq'_w = \begin{cases} 0 & (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w > \Delta q) \\ \frac{[\Delta q - (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w)]^2}{4\Delta q} = C^2 \Delta q & (-\Delta q < q_{\text{sat}} - \bar{q}_w < \Delta q) \\ 1 & (q_{\text{sat}} - \bar{q}_w < -\Delta q) \end{cases}$$

例:bi-normal 分布 (Sommeria and Deardorff 1977)

気象庁全球モデルの場合

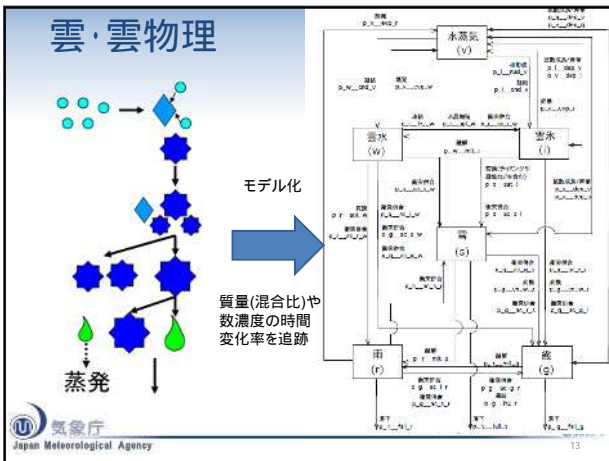
- 雲量、凝結量は、一様分布を過程して診断
 - 雲量、凝結量を予報するスキームもある
- 粒子の成長そのものは表現しない
 - 雨への変換は雲水量の関数として評価
- その他、考慮している過程
 - 降水の蒸発、氷の融解
 - 雨、雲水の落下

雲物理

- 大気中には、さまざまな形で水が存在
 - 気体: 水蒸気
 - 液体: 雲水、雨(落下速度の有無で分類)
 - 固体: 雲氷、雪、霰、雹(雲氷の有無、密度の違いで分類)
- その相互の形態の変化を記述
- 雲水、雲氷が成長して、落下する降水になるまでの過程も考慮
 - 大規模凝結と異なるところ

雲物理で考慮する水の状態種別

- 水蒸気: 気体の水
- 雲水: 落下速度を持たない凝結した水粒
- 雨: 雲水が成長するなどして落下速度を持つようになった水粒
- 雲氷: 落下速度を持たない氷粒
- 雪: 落下速度を持つ氷粒
- あられ: 雪より密度が大きい(落下速度が大きい)氷粒
- 雹: あられよりも密度が大きい氷粒



雲物理の代表的な過程

- 拡散成長
 - (雲氷の場合)過飽和の水蒸気が氷晶に向かって拡散。水蒸気が氷晶の表面に捕らえられて氷晶が成長
- 衝突併合による成長
 - 2つの粒子が衝突して、一方に取り込まれる、または別の形態種別になる。
 - 一方が静止している場合、両方が落下している場合の両方が考え得る。

など

14

雲物理の"状態"を表す量

- 質量
 - "量"の大小を端的に表す
 - 気体大気への密度に対する水の形態種別xの密度の比を予報変数にとることが多い。 $q_x = \frac{\rho_x}{\rho_a} = \frac{\rho_x}{\rho_d + \rho_v}$
 - 水蒸気の場合は比湿になる。
 - 相変化がなければ、分母は不変で、加算・減算が質量の加算・減算に対応
 - 相変化によって気体大気への質量が変化する場合には対応しないが、その変化量は元々の量に比べ小さいので無視するのが普通。
 - 全密度は不変なので、全密度に対する粒子xの密度の比を予報変数にすれば、加減算は常に質量の加減算と厳密に対応

15

質量だけで状態は決まるか？

- 数濃度(単位体積あたりの粒子数)
 - 同じ質量であっても、粒子の数が多ければ、一つの粒子は小さくなる。
 - 後述のように、雲物理の個々のプロセスは、粒径の関数であり、粒の大きさは重要
- 形、密度
 - 通常は球を仮定することが多い。
 - また、形態ごとに粒子そのものの密度は一定と仮定
 - それらの違いを質量-粒径関係に入れることも
$$m_i = \rho_i \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_i}{2} \right)^3 = \frac{\pi}{6} \rho_i D_i^3 \Rightarrow m_i = c_i D_i^{d_i}$$

16

落下速度

- 各粒子の落下速度は、以下の形が仮定される。
$$V_i(D_i) = a_i D_i^{b_i}$$
- 係数は粒子ごとに仮定される

17

雲物理過程の定式化

- 粒子1つの記述が基本
 - 例1) 雲氷の拡散成長 (拡散方程式の解として)

$$\frac{dm_i(D_i)}{dt} = 2\pi D_i(S_1 - 1)f_v \rho_l \left(\frac{\rho_l L_s^2}{K R_v T^2} + \frac{\rho_l}{\rho \psi q_{S1}} \right)$$

D_i : 粒径(直径)、 R_v : 湿潤大気への気体定数、 K 大気への熱伝導率、
 ψ : 水蒸気の拡散係数、 ρ : 大気への密度、 ρ_l : 氷の密度、
 L_s : 昇華熱、 $S_1 = q_v/q_{S1}$: 氷飽和に対する過飽和度、
 q_{S1} : 氷に対する飽和比湿、 f_v : 通風係数

18

雲物理過程の定式化

- 例2) 衝突・併合

- 粒子iが静止している粒子jを捕捉して成長

$$\frac{dm_i(D_i)}{dt} = \frac{\pi}{4} D_i^2 E_{ij} m_j V_i(D_i) \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

- 落下している粒子iが、落下している粒子jを捕捉

$$\frac{dm_i(D_i, D_j)}{dt} = \frac{\pi}{4} (D_i + D_j)^2 E_{ij} m_j (D_j) \times (V_i(D_i) - V_j(D_j)) \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2}$$

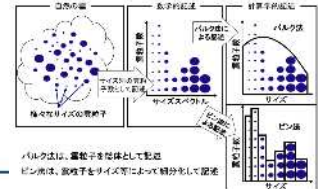
雲物理過程における質量時間変化

- 粒子1つ1つの記述では、質量の時間変化率は粒径に依存する。
- しかし、粒子1つ1つを記述するには膨大な計算が必要

→ 粒径ごとの粒子数を記述する粒径分布関数を作り、統計的に記述する

$$\frac{dM_i}{dt} = \int_0^\infty \frac{dm_i}{dt} n(D) dD$$

$n(D)$: 粒径分布関数



粒径分布の表現:ビン法

• ビン(bin)法

- それぞれの粒子を、粒径によって複数のカテゴリ(“ビン”)に分けて、そのカテゴリごとに状態を表す量を予報
- 粒径分布の表現の自由度は高いが、カテゴリ間の相互作用、遷移等を表現する必要があり、膨大な計算が必要
- 粒径以外にも、形、縦横比など、カテゴリを多次元にもすることも
- 研究用のモデル

バルク法

- 粒径に関する分布関数の形を仮定
- 分布関数に表れるパラメータを質量や数濃度で表す。

• 例)

- 指数分布 $n_i(D_i) = N_{i0} \exp(-\lambda_i D_i)$

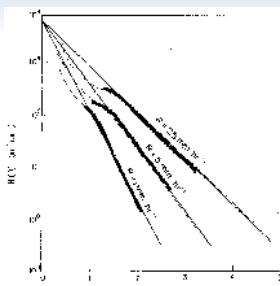
- ガンマ分布(指数分布を含む)

$$n_i(D_i) = N_i \frac{\alpha_i}{\Gamma(\nu_i)} \lambda_i^{\alpha_i \nu_i} D_i^{\alpha_i \nu_i - 1} \exp[-(\lambda_i D_i)^{\alpha_i}]$$

- 単分散

$$n_i(D_i) = N_i \delta(D_i - D)$$

分布関数の正当性



Marshall and Palmer, 1948. The distribution of raindrops with size. J. Meteor. 5, 165-166.

- Marshall and Palmer (1948)
- 雨粒の粒径分布を指数分布で記述できる

分布関数とモーメント

- p 次モーメント $M_p^i = \int_0^\infty D_i^p n_i(D_i) dD_i$
- 統計学では、1次のモーメントが平均、2次が分散

- 各分布関数のモーメント

- 指数分布: $M_p^i = \frac{N_{i0}}{\lambda_i^{p+1}} \Gamma(p+1)$

- ガンマ分布: $M_p^i = \frac{N_{i0}}{\lambda_i^p} \frac{\Gamma(\nu_i + \frac{p}{\alpha_i})}{\Gamma(\nu_i)}$

- 単分散: $M_p^i = N_i D^p$

モーメントと平均質量・数濃度

- 質量

$$\bar{\rho}_i = \int_0^{\infty} m_i(D_i) n_i(D_i) dD_i \quad q_i \equiv \frac{\bar{\rho}_i}{\rho_a} = \frac{1}{\rho_a} c_i M_{d_i}^i$$

$$= \int_0^{\infty} c_i D^{d_i} n_i(D_i) dD_i = c_i M_{d_i}^i$$

- 数濃度

$$\bar{N}_i = \int_0^{\infty} n_i(D_i) dD_i = M_0^i$$

質量・数濃度は2つのモーメントと関係している。
 →質量、数濃度によって粒径分布関数の2つのパラメータが決められる

指数分布の場合

- 質量、数濃度と未知パラメータの関係

$$N_i = \frac{N_{0i}}{\lambda_i}$$

$$q_i = c_i \frac{N_{0i}}{\lambda_i^{d_i+1}} \Gamma(d_i + 1)$$

この2つの関係式から未知パラメータ N_{0i} , λ_i が求まる。

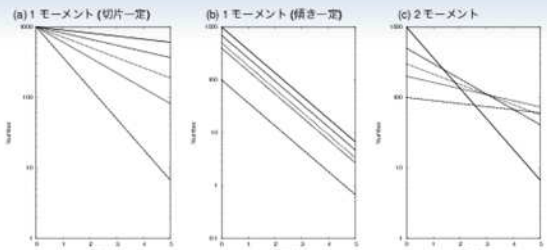
- すなわち、質量と数濃度が決めれば、粒径分布が決まって、粒径分布が与えられれば、質量や数濃度の時間変化率がわかる。

1-moment と 2-moment

- 粒径分布のパラメータを決める質量、数濃度のうち、

- 1-moment スキーム: 質量のみ予報して、パラメータのうち1つを固定する。
- 2-moment スキーム: 質量と数濃度の両方を予報する。
 - 形態種別ごとに1-moment, 2-moment が選べる

1-moment と 2-moment



- 分布の自由度が異なる。
- 2-momentの方が粒径分布の表現の自由度が増す。しかし、その自由度をうまく活かすかは別の問題
 - 数濃度の時間変化率のパラメタリゼーションにも大きく依存

雲物理と非一様性

- 雲物理過程はもともと高解像度モデル向けに開発

→格子内の一様性を仮定

- しかし、非一様性を無視できる解像度は非常に小さい(180m)

→雲物理過程にも非一様性の導入が必要

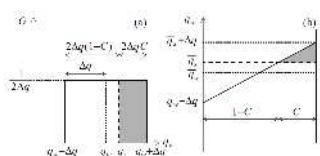
- 非一様性を入れるには、 $q \rightarrow q/C$ に置き換えて雲物理スキームを適用すればよいが、雲域と雨域は一致しないので格子内で雨の占める割合も考慮する必要あり。

Warm-rain におけるテスト

カテゴリー

No Cloud No Rain	No Cloud Rain
Cloud No Rain	Cloud Rain

雲量の求め方



Rain Fraction
(Maximum-Random Overlap)

$$C_k^{\text{rain}} = 1 - \frac{(1 - C_{k+1}^{\text{rain}})(1 - \max(C_k, C_{k+1}))}{1 - \min(C_{k+1}, 1 - \epsilon)}$$

C_k : cloud fraction, C_k^{rain} : rain fraction

テストの結果

2011年新潟・福島豪雨の事例

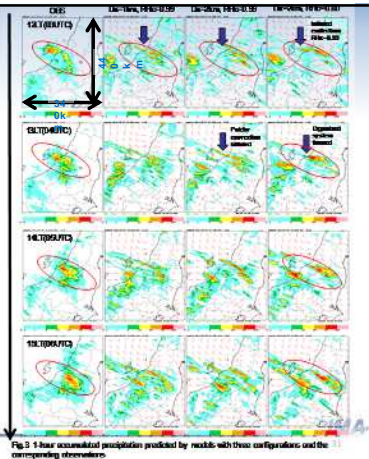


Fig. 3 1-hour accumulated precipitation predicted by models with three configurations, and the corresponding observations.