Two-Stream 法を用いた
惑星大気の放射伝達モデル

地球および惑星大気科学研究室
田村 笙

発表の流れ

1 研究目的

2 放射伝達モデルについて

3 計算結果, 精度評価

1 研究目的

惑星大気における放射熱収支の計算に向けて,
過去の放射伝達モデルを再現, 再検証する.

2 放射伝達モデルについて

- 散乱を考慮した太陽放射を想定し, 放射伝達方程式を **Two-Stream 法**を用いて近似する.
- 大気上端および下端での上向き, 下向き放射フラックスを計算するモデルを作成する.

平行平面大気の放射伝達方程式

$$\mu \frac{\partial I_\nu(\tau,\mu,\phi)}{\partial \tau} = I_\nu(\tau,\mu,\phi) - \frac{\widetilde{\omega}_\nu}{2\pi} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} p_\nu(\mu,\phi;\mu',\phi') I_\nu(\tau,\mu',\phi')\,\mathrm{d}\phi'\,\mathrm{d}\mu' - \frac{\widetilde{\omega}_\nu}{2} F_{s\nu} p_\nu(\mu,\phi;-\mu_0,\phi_0) e^{-\tau/\mu_0}$$

τ: 光学的深さ
$(\mu' \phi')$: 散乱の入射方向
(μ_0,ϕ_0):太陽光の入射方向

I_ν: 振動数$\nu \sim \nu + \delta\nu$の放射輝度
p_ν: 散乱位相関数
$F_{s\nu}$: 太陽放射フラックス

2 モデルの導出

Two-Stream 法

放射伝達方程式を，上向き及び下向きフラックスに関する二本の微分方程式に近似する方法.

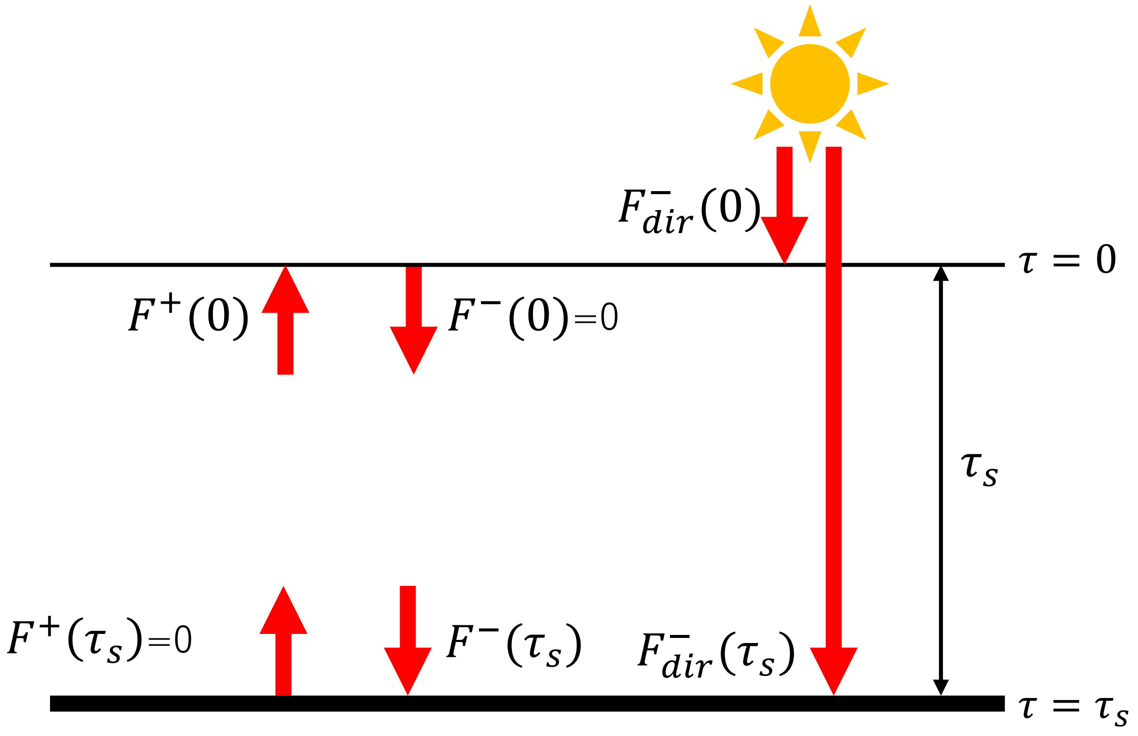
Two-Stream 方程式

$$\frac{\mathrm{d}F^+}{\mathrm{d}\tau} = \gamma_1 F^+ - \gamma_2 F^- - S^+$$

$$\frac{\mathrm{d}F^-}{\mathrm{d}\tau} = \gamma_2 F^+ - \gamma_1 F^- + S^-$$

F^+: 上向き放射フラックス
F^-: 下向き放射フラックス
τ: 光学的深さ

2 モデルの導出



放射伝達モデル

$$F_{tot}^{+}(\tau) = F^{+}(\tau)$$

$$F_{tot}^{-}(\tau) = F^{-}(\tau) + F_{dir}^{-}(\tau)$$

$$F^{+}(\tau) = k_1 e^{\lambda\tau'} + \Gamma k_2 e^{-\lambda\tau'} + C^{+}(\tau')$$

$$F^{-}(\tau) = \Gamma k_1 e^{\lambda\tau'} + k_2 e^{-\lambda\tau'} + C^{-}(\tau')$$

$$F_{dir}^{-}(\tau) = \mu_0 \pi F_s \exp(-\tau/\mu_0)$$

$$\lambda = \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}, \qquad \Gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \lambda}$$

$$C^{+}(\tau') = \frac{\tilde{\omega}' \pi F_s \exp(-\tau'/\mu_0)\,[(\gamma_1 - 1/\mu_0)\gamma_3 + \gamma_2\gamma_4]}{\lambda^2 - 1/\mu_0^2}$$

$$C^{-}(\tau') = \frac{\tilde{\omega}' \pi F_s \exp(-\tau'/\mu_0)\,[(\gamma_1 + 1/\mu_0)\gamma_4 + \gamma_2\gamma_3]}{\lambda^2 - 1/\mu_0^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{4}[7 - \tilde{\omega}'(4 + 3g')]$$

$$\gamma_2 = -\frac{1}{4}[1 - \tilde{\omega}'(4 - 3g')]$$

$$\gamma_3 \equiv \beta_0 = \frac{1}{4}(2 - 3g'\mu_0)$$

$$\gamma_4 = 1 - \gamma_3$$

$$g' = \frac{g}{1 + g}$$

$$\tilde{\omega}' = \frac{(1 - g^2)\tilde{\omega}}{1 - \tilde{\omega} g^2}$$

$$\tau' = (1 - \tilde{\omega} g^2)\tau$$

3 計算結果, 精度評価

Toon *et. al.* (1989) が用いた五つの事例について, 放射フラックスを計算する.

表 1: 各事例のパラメータ値 (Toon *et. al.* (1989))

	事例 1	事例 2	事例 3	事例 4	事例 5
μ_0	1	1	0.5	1	1
τ	1	1	1	64	64
$\tilde{\omega}$	1	0.9	0.9	1	0.9
g	0.794	0.794	0.794	0.848	0.848

μ_0: 太陽天頂角の余弦
τ: 光学的深さ
$\tilde{\omega}$: 一次散乱アルベド
g: 非対称因子

3 計算結果、モデルの評価

精度の評価

$$(\text{相対誤差}) \equiv \frac{|X - X_e|}{X_e}$$

X: モデルによる近似値
X_e: Toon *et. al.* (1989) に示された 'exact' な値

3 計算結果, 精度評価

計算結果

表 2: 計算結果

	事例 1	事例 2	事例 3	事例 4	事例 5
$F^+(0)$	0.210	0.156	0.228	2.668	0.354
$F_e^+(0)$	0.173	0.124	0.226	2.662	0.376
相対誤差[%]	21.5	25.8	0.895	0.234	5.79
$F^-(\tau_s)$	1.916	1.762	0.613	0.473	0.000
$F_e^-(\tau_s)$	1.830	1.516	0.803	0.480	0.000
相対誤差[%]	5.69	16.2	23.6	1.38	-

$F_e^+(0)$, $F_e^-(\tau_s)$ は Toon *et. al.* (1989) より引用

・事例 1~3 で誤差が大きい (特に, 小さな F_e で 20%~)

・事例 4~5 の誤差は比較的小さい (最大 5~6%)

参考文献

- Joseph, J. E., 1976: The Delta-Eddington Approximation for Radiative Flux Transfer. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2452-2459.
- Meador, W. E., and W. R. Weaver, 1980: Two-Stream Approximation to Radiative Transfer in Planetary Atmospheres: A Unified Description of Existing Methods and a New Improvement. *J. Atmos. Sci.,* **37**, 630-643.
- Toon, O. B., C. P. Mckay, and T. P. Ackerman, 1989: Rapid Calculation of Radiative Heating Rates and Photodissociation Rate in Inhomogeneous Multiple Scattering Atmospheres. *J. Geophys, Res*., **94**, 287-301.
- Wiscombe, W. J., 1977: The Delta-Eddington Approximation for a Vertically Inhomogeneous Atmosphere. *Tech. Note TN-121 + STR*, Natl. Cent. for Atmos. Res., Boulder, Colo.
- グラント W. ペティ. “詳解 大気放射学 基礎と気象・気候学への応用”. 近藤豊, 茂木信宏訳. 東京大出版会, 2019, 416p.
- 関 友也. “地球大気の放射場に関する放射伝達方程式についての考察”. 2012. http://www.gfd-dennou.org/arch/prepri/2012/kobe-u/120210_tbseki-Bthesis/paper/pub/sotsuron.pdf. (参照: 2022/01/13)
- 地球流体電脳倶楽部. “DCPAM5 支配方程式とその離散化”. 2014. https://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam5/dcpam5_latest/doc/basic_equations/pub/basic_equations.pdf. (参照: 2022/01/13)