

スペクトル法を用いた 自転軸対称ハドレー循環の数値実験

2023/02/10

流体地球物理学教育研究分野 M2

岡田和真

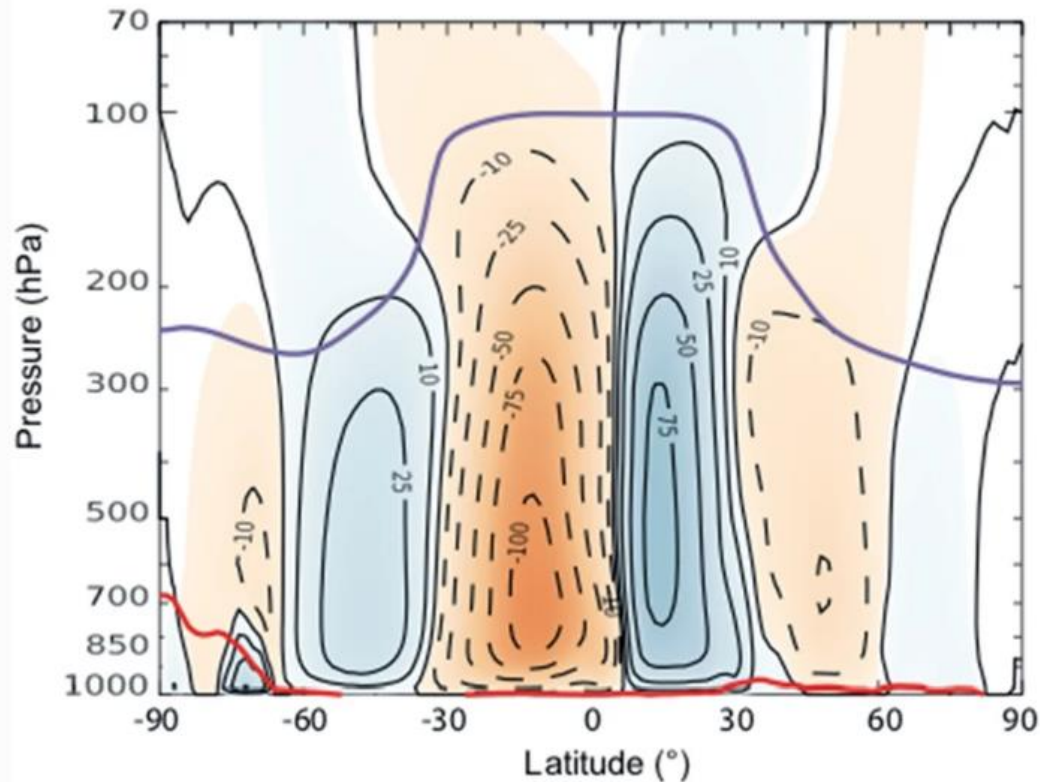
地球大気の大規模循環

□ 地球大気の大規模循環

- 赤道で温められ上昇した空気が極方向へ移動
- 亜熱帯で冷やされ下降した空気が赤道へ戻る

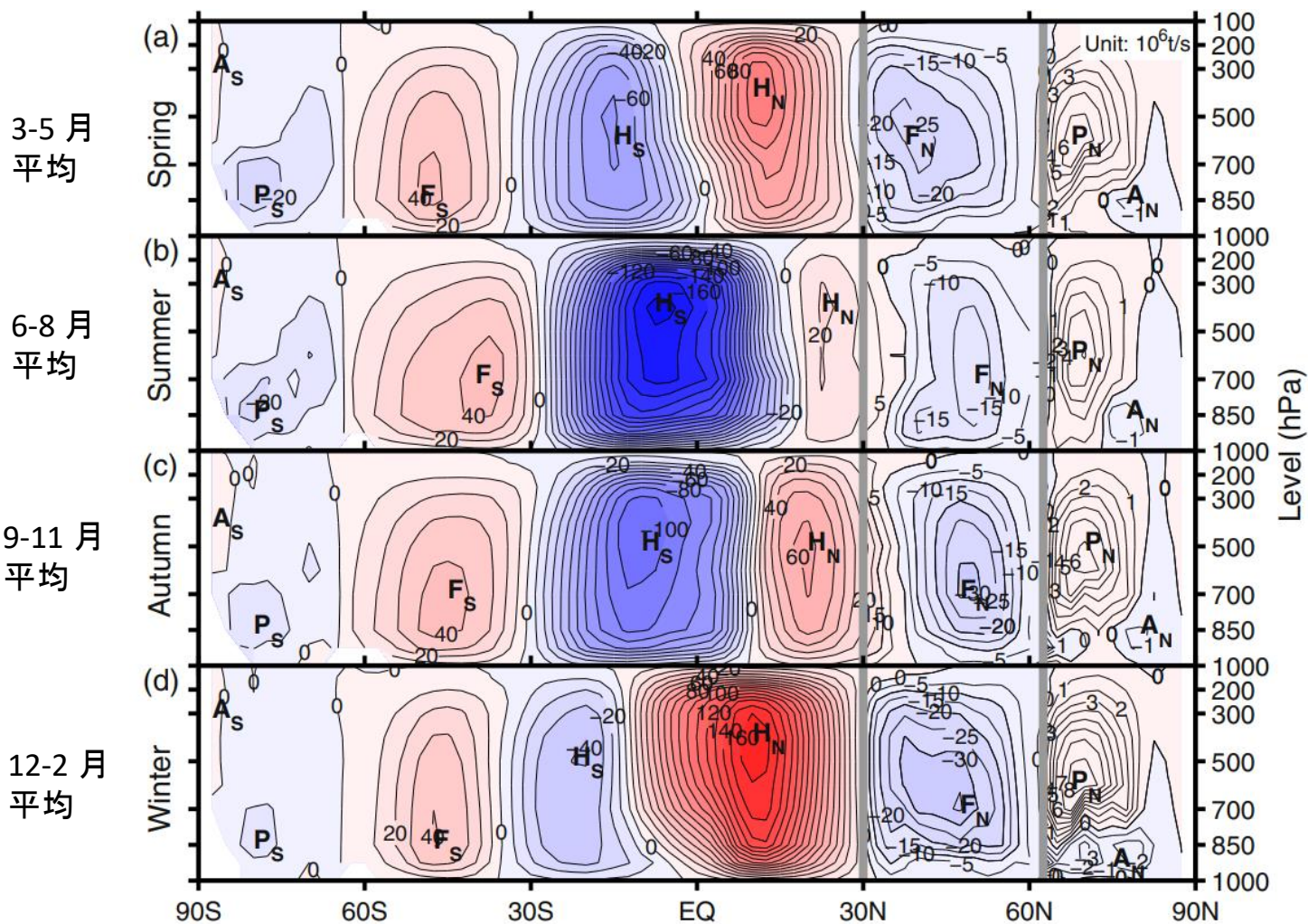
左図: 質量流線関数

- 等値線に沿う流れ
 - 青色: 時計回りの流れ
 - オレンジ色: 反時計回りの流れ
- ECMWF (ヨーロッパ中期予報センター) が作成した再解析データ (ERA-I) の 1979-2017 年分の年平均, 東西平均
- Lucas et al. (2021) から引用



ハドレー循環の季節変化

□ 地球大気のハドレー循環は季節変化する



左図: 質量流線関数 (単位: 10^9 kg s^{-1})

➤ 等値線に沿う流れ

- 赤色: 時計回りの流れ
- 青色: 反時計回りの流れ

➤ NCEP1 再解析データの 1981-2010 年分の各季節平均, 東西平均

➤ Qian et al. (2015) から引用

ハドレー循環の研究

- ハドレー循環を調べた研究は古くから存在する
 - その中でも, ハドレー循環の力学構造 (南北幅, 強さ) を調べた研究ではしばしば自転軸対称な系が用いられた
 - 自転軸対称: 経度方向に一様

- 自転軸対称ハドレー循環を調べる意義
 1. 低緯度での大気の大規模な流れは東西平均場でもよく記述できる
 2. 自転軸対称を仮定することで, 複雑な方程式系が比較的簡単になり, 理解しやすくなる
 3. 観測結果と比べることで, 非軸対称な成分がもたらす影響について考察することができる

ハドレー循環に関する先行研究

□ 自転軸対称ハドレー循環を調べた研究

- i. Held and Hou (1980)
- ii. Lindzen and Hou (1988)
- iii. Fang and Tung (1999)

□ これらの研究では、ほとんど同じ設定でハドレー循環が調べられた

- 自転軸対称
- 乾燥ブシネスク流体プリミティブ方程式系
- ニュートン加熱冷却による熱強制: ハドレー循環を駆動

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \dots = -\frac{\theta - \theta_E}{\tau}$$

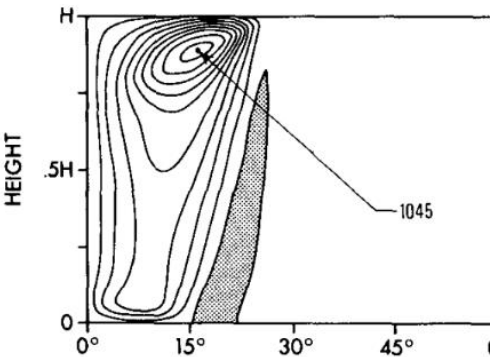
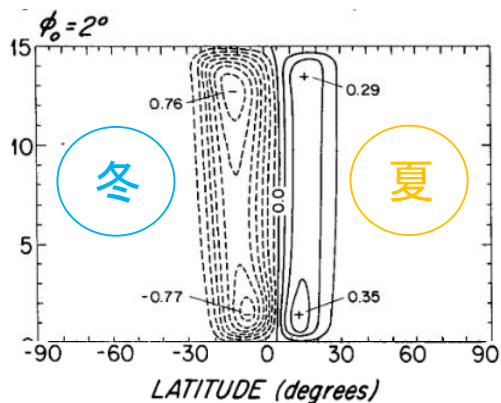
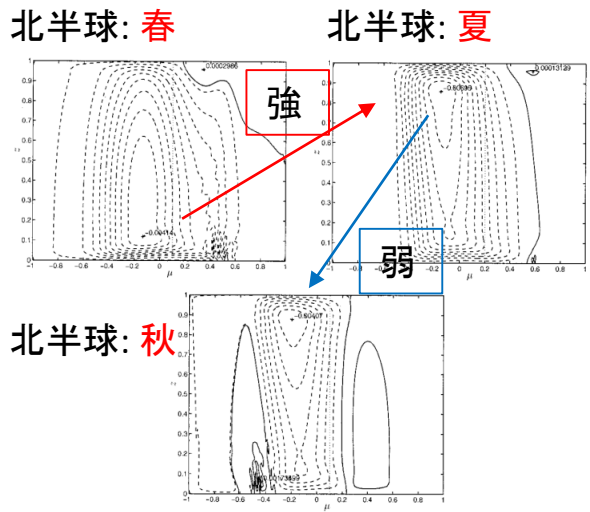
θ : モデル内温位場
 θ_E : 放射平衡温位場
 t : 時刻
 τ : 放射緩和時定数

□ 放射平衡温位場 (加熱分布) の与え方が異なる

- 循環の構造も大きく異なる

ハドレー循環に関する先行研究

HH80: Held and Hou (1980)
 LH88: Lindzen and Hou (1988)
 FT99: Fang and Tung (1999)

		i. HH80	ii. LH88	iii. FT99
放射平衡 温位場	赤道に関して	対称	非対称	非対称
	時間変化	しない	しない	する
季節		春分 or 秋分	北半球: 夏	季節変化
数値計算結果例 i: 流線関数 ii: 質量流線関数 iii: 流線関数		 <p>地球大気の手ドレー循環より弱い</p>	 <p>ハドレー循環の強さ: 冬 > 夏</p>	

本研究の着眼点

□ i, ii, iii の実験設定の違い

HH80: Held and Hou (1980)
LH88: Lindzen and Hou (1988)
FT99: Fang and Tung (1999)

		i. HH80	ii. LH88	iii. FT99
放射平衡温位 場	赤道に関して	対称	非対称	
	時間変化	しない		する
下端境界条件		摩擦境界条件		粘着条件
鉛直拡散係数 (m^2/s)		5.0		3.5

□ 下端境界条件の違いに注目

- 摩擦境界条件:
下端の水平風速をゼロに近づける
- 粘着条件:
下端の水平風速をゼロとする

⇒ 下端風速がゼロかそうでないかで違う

- ↓
- 下層における南北質量輸送に違いをもたらすか？
 - ハドレー循環の構造にも違いができるか？

本研究の目的

- 下端境界条件として摩擦境界条件を用いて数値実験を行い, 得られたハドレー循環の南北幅, 強さを Fang and Tung (1999) の結果と比較する

		Fang and Tung (1999)	本研究
放射平衡温位場	赤道に関して	非対称	
	時間変化	する	
下端境界条件		粘着条件	摩擦境界条件
鉛直拡散係数 (m^2/s)		3.5	

支配方程式系

□ 乾燥ブシネスク流体プリミティブ方程式系

東西流運動方程式:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\Omega v \sin \phi - \frac{uv \tan \phi}{a} = -\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \nu_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

南北流運動方程式:
$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega u \sin \phi + \frac{u^2 \tan \phi}{a} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} + \nu_V \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

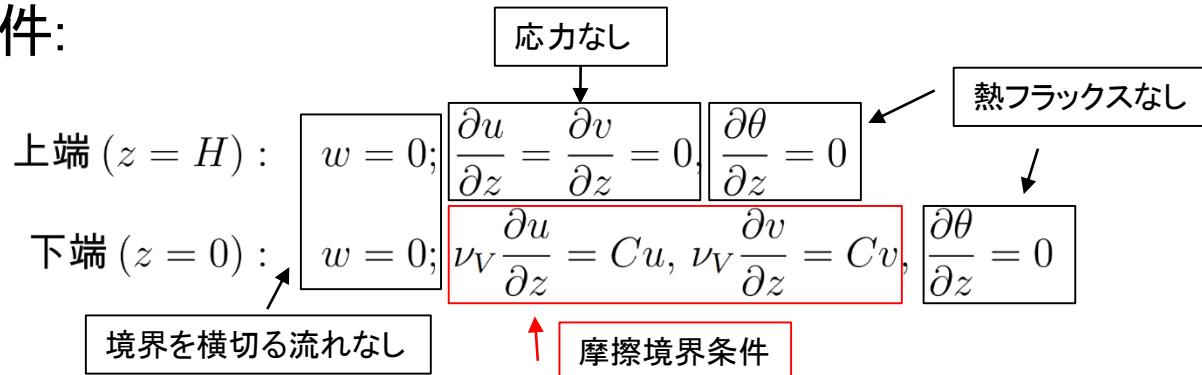
静力学平衡の式:
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = g \frac{\theta}{\Theta_0}$$

熱力学方程式:
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} (u\theta) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (v\theta \cos \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (w\theta) = -\frac{\theta - \theta_E}{\tau} + \nu_V \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

非圧縮の式:
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (v \cos \phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

λ : 経度, ϕ : 緯度, z : 高度, t : 時刻
 $\mathbf{u} = (u, v, w)$: 東西, 南北, 鉛直流速場, θ : 温位場, Φ : ジオポテンシャル
 Ω : 自転角速度, a : 惑星半径, g : 重力加速度, τ : ニュートン加熱冷却の緩和時定数
 θ_E : 放射平衡温位場, Θ_0 : θ_E の全球平均, ν_V : 鉛直拡散係数

□ 境界条件:



黒: Fang and Tung (1999) と同じ
 赤: Fang and Tung (1999) と異なる

数値モデルの概要

□ 数値モデル

■ 空間離散化

- スペクトル法: 直交関係のある多項式の和で展開
 - 水平方向: 球面調和関数
 - 鉛直方向: チェビシェフ多項式

■ 時間離散化

- セミインプリシット法: 陽解法と陰解法を組み合わせる手法
 - 非線形項: 二次のアダムズバッシュフォース法 (陽解法)
 - 線形項: クランクニコルソン法 (陰解法)

❌ Fang and Tung (1999) では, 空間離散化に差分法が用いられた. そのため, Fang and Tung (1999) とは, 下端境界条件だけでなく空間離散化手法も異なる.

- 本発表では, 空間離散化手法の違いがもたらす影響は考慮しない

❌ 計算自体は, 自転軸対称二次元化した式を用いて行う

実験設定

□ 放射平衡温位場:

$$\frac{\theta_E}{\Theta_0} = 1 - \Delta_H(\mu - \mu_0)^2 + \Delta_z z \quad (\mu = \sin \phi)$$

$$\mu_0(t) = 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{360 \text{ days}}\right)$$



下表: 時刻と季節の対応関係

t (day)	0	...	90	...	180	...
北半球	春分	→	夏至	→	秋分	→
南半球	秋分	→	冬至	→	春分	→

□ パラメータの値

- 惑星半径, 重力加速度など: Fang and Tung (1999) と同じ
- 摩擦係数:

$$C = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

□ 解像度等:

水平切断波数 : 126, 緯度格子点数 : 192,

鉛直切断波数 : 48, 鉛直格子点数 : 49,

時間刻み幅 : 120 s, 総積分時間 : 1000 days, 出力間隔 : 1 day.

流線関数

□ Fang and Tung (1999) で得られたハドレー循環と比較

青枠: 流線関数の最小値 (ハドレー循環の強さ)

北半球の春分からの日数

30 日後

60 日後

90 日後 (夏至)

本実験結果

-0.00481

-0.00790

-0.01049

Fang and Tung (1999) の結果

-0.00414

-0.00544

-0.00695

本実験の方が強い
負の循環となった

左図: 流線関数 (無次元化)

- 正の等値線に沿う時計回りの流れ
- 横軸: サイン緯度 μ
- -1: 南極, 0: 赤道, 1: 北極

流線関数

□ Fang and Tung (1999) で得られたハドレー循環と比較

青枠: 流線関数の最小値 (ハドレー循環の強さ)

北半球の春分からの日数

120 日後

150 日後

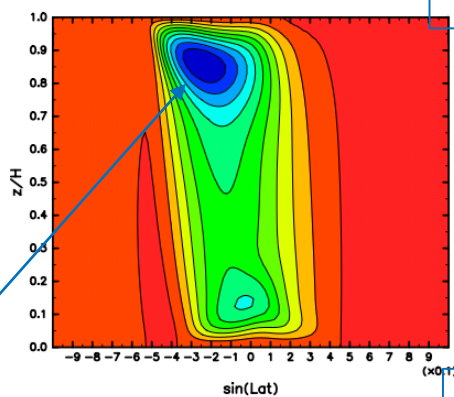
180 日後 (秋分)

本実験結果

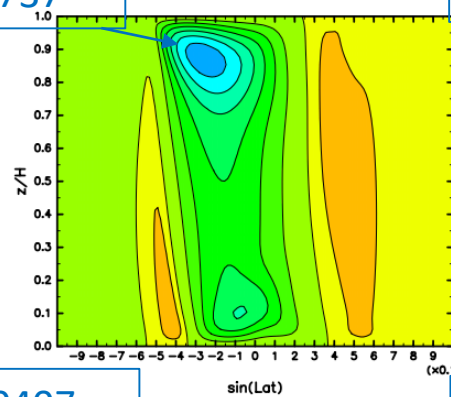
-0.01079

-0.0065

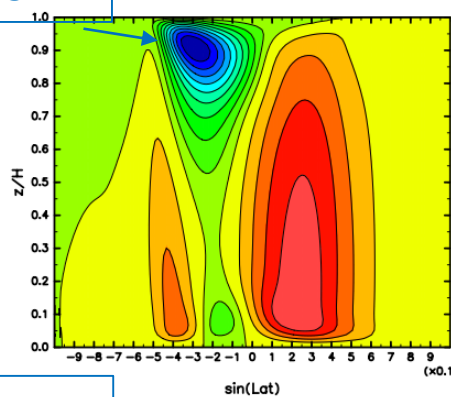
Fang and Tung (1999) の結果



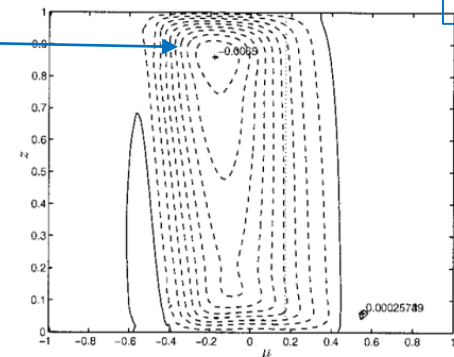
-0.00737



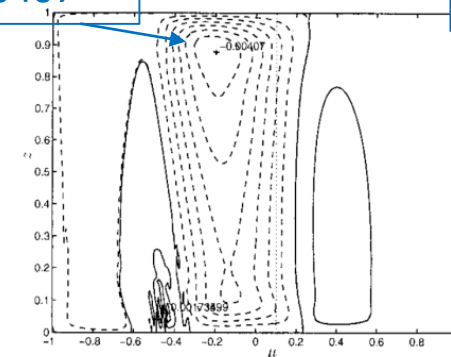
-0.00351



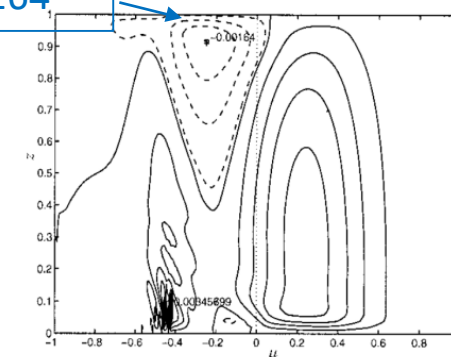
-0.00164



-0.00407



-0.00164



- 下端境界条件の違いは、ハドレー循環の南北幅には大きな違いをもたらさない
- ハドレー循環の強さは、Fang and Tung (1999) より強い結果となった

まとめ

□ 下端境界条件として摩擦境界条件を用いて数値実験を行い, 得られたハドレー循環を Fang and Tung (1999) の結果と比較した

- 摩擦境界条件 (本研究): 下端風速をゼロに近づける
- 粘着条件 (Fang and Tung (1999)): 下端風速がゼロ

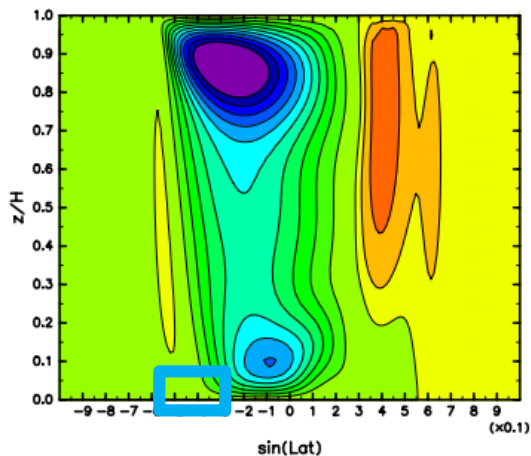
□ 結果

- ハドレー循環の南北幅:
 - Fang and Tung (1999) と概ね一致した
 - ハドレー循環の強さ
 - 本実験の方が Fang and Tung (1999) より強い結果となった
- ⇒ Fang and Tung (1999) では, 下端の南北風がゼロである一方で, 本実験ではゼロで固定されているわけではない. そのため, 下層全体でのハドレー循環による輸送は, 本実験の方が強いのかもかもしれない
- 粘着条件を用いた実験も行い, 比較することで下端境界条件の違いがもたらす影響を調べる必要がある

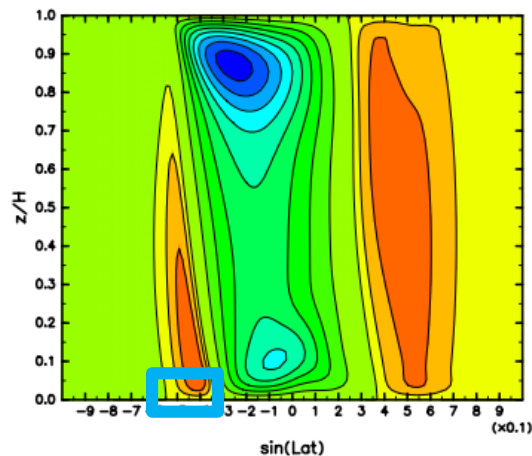
結果: フェレル循環

□ 摩擦が強いほどフェレル循環も強い

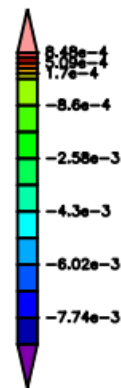
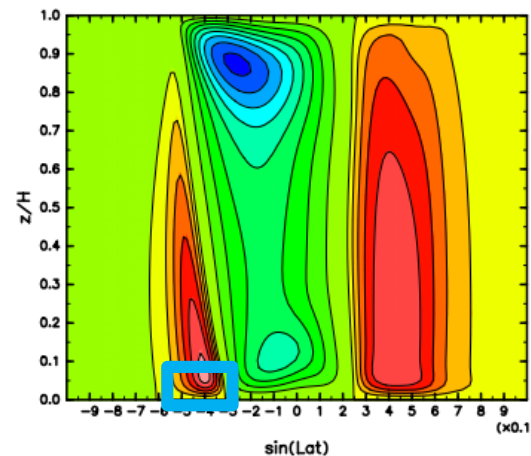
$C/C^* = 0.1$



$C/C^* = 1$



$C/C^* = 10$



本実験結果
(150 日後)

□ 下層 □ での南北質量輸送の式で考察する

$$fV_G \approx Cu(0) - \nu_V \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\delta}$$

南北質量輸送

表面応力

内部抵抗

$\delta = 0.05$ とする

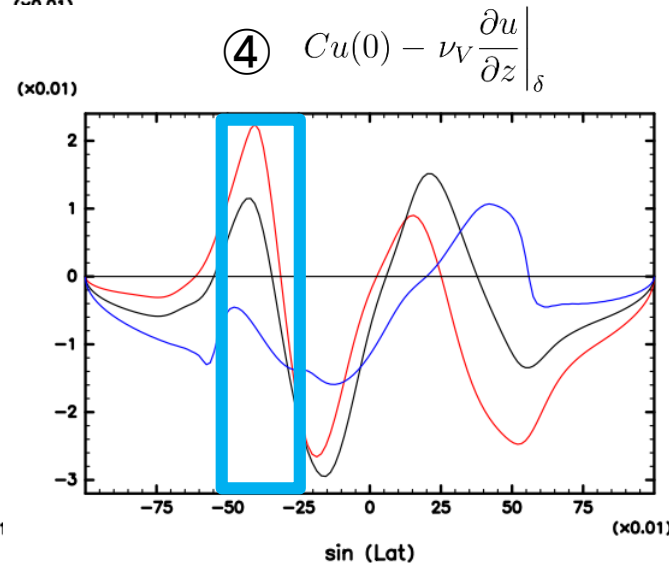
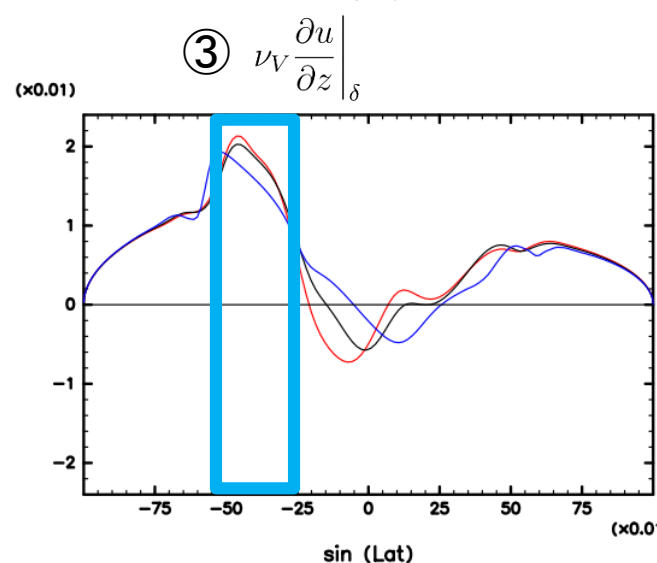
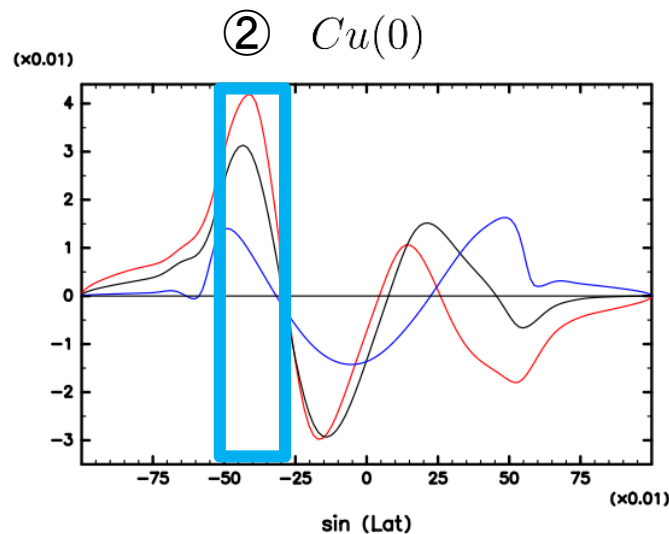
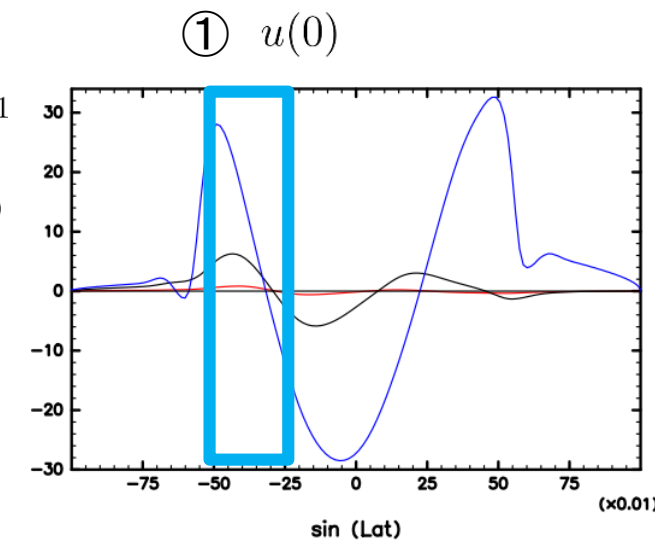
➤ 以下四つの項の摩擦係数依存性を確認する

- ① 下端東西風: 摩擦を強くすると, 下端風速はゼロに近づくか
- ② 表面応力: (摩擦係数 × 下端東西風) の大小関係はどうなっているのか
- ③ 内部抵抗
- ④ (表面応力 - 内部抵抗): 摩擦が強いほど, 右辺も大きくなる = 南北質量輸送も強くなるか

↑
東西流運動方程式において,
• 定常状態
• 移流項, メトリック項が小さい
と仮定. 摩擦境界層にわたって積分.

考察: 摩擦係数依存性

青線: $C/C^* = 0.1$
 黒線: $C/C^* = 1$
 赤線: $C/C^* = 10$



- ① 摩擦が強いほど, 下端風速は弱い
- ② 摩擦が強いほど, 表面応力は強い
- ③ 摩擦の強さにあまり依存しない
- ④ 摩擦が強いほど, (表面応力-内部抵抗) は強い

$$fV_G \approx Cu(0) - \nu_V \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\delta}$$

赤枠: 摩擦が強いほど強くなる
 黒枠: 摩擦の強さにあまり依存しない

摩擦が強いほど強いフェレル循環が得られたことと整合的