

流体力学方程式 の応用例

2025年11月10日

ここでは

- 流体力学の方程式を用いた研究例を紹介する
- 流体力学の方程式を解く方法の簡単な紹介
 - 数値流体力学
- 大気循環・気候状態の計算例
 - 系外惑星の気候

基礎方程式

運動方程式

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + F_i$$

質量保存則

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$$

エネルギー保存則

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\varepsilon v) = -\nabla \cdot q + Q$$

地球惑星科学分野への適用例

- 対象はいろいろ

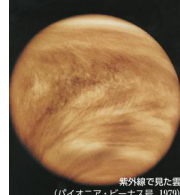
- 大気：地球、火星、金星、木星、系外惑星



地球



火星の表面 (バイキング 1号, 1980)



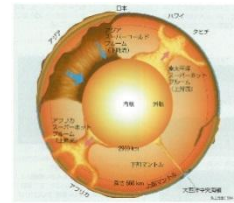
紫外線で見た雲 (パイオニア・ビーズ号, 1970)



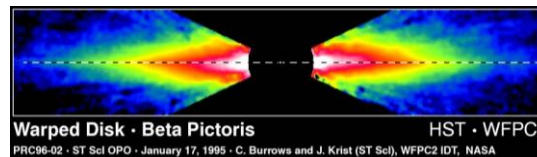
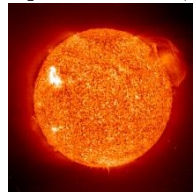
木星

- 海洋

- 惑星内部：コア、マントル



- その他の天体：恒星、原始惑星系円盤



Warped Disk - Beta Pictoris HST - WFPC2
PRC96-02 - ST ScI OPO - January 17, 1995 - C. Burrows and J. Krist (ST ScI), WFPC2 IDT, NASA

- 工学分野・医学分野：車、部屋の中の気流、血流など

- 方法：ナビエ・ストークス方程式の解を求める

ナビエ・ストークス方程式を解く

- ナビエ・ストークス方程式は多くの場合、解析的に解くことができない

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \underbrace{v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k}}_{\text{移流項}} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + F_i$$

移流項：非線形効果

- 解析的に解くなら、近似が必要
 - スケーリング
 - 非常に簡単な近似方程式の例：拡散方程式
- 解析的に解くことをあきらめて、数値的手法に頼ることがほとんど

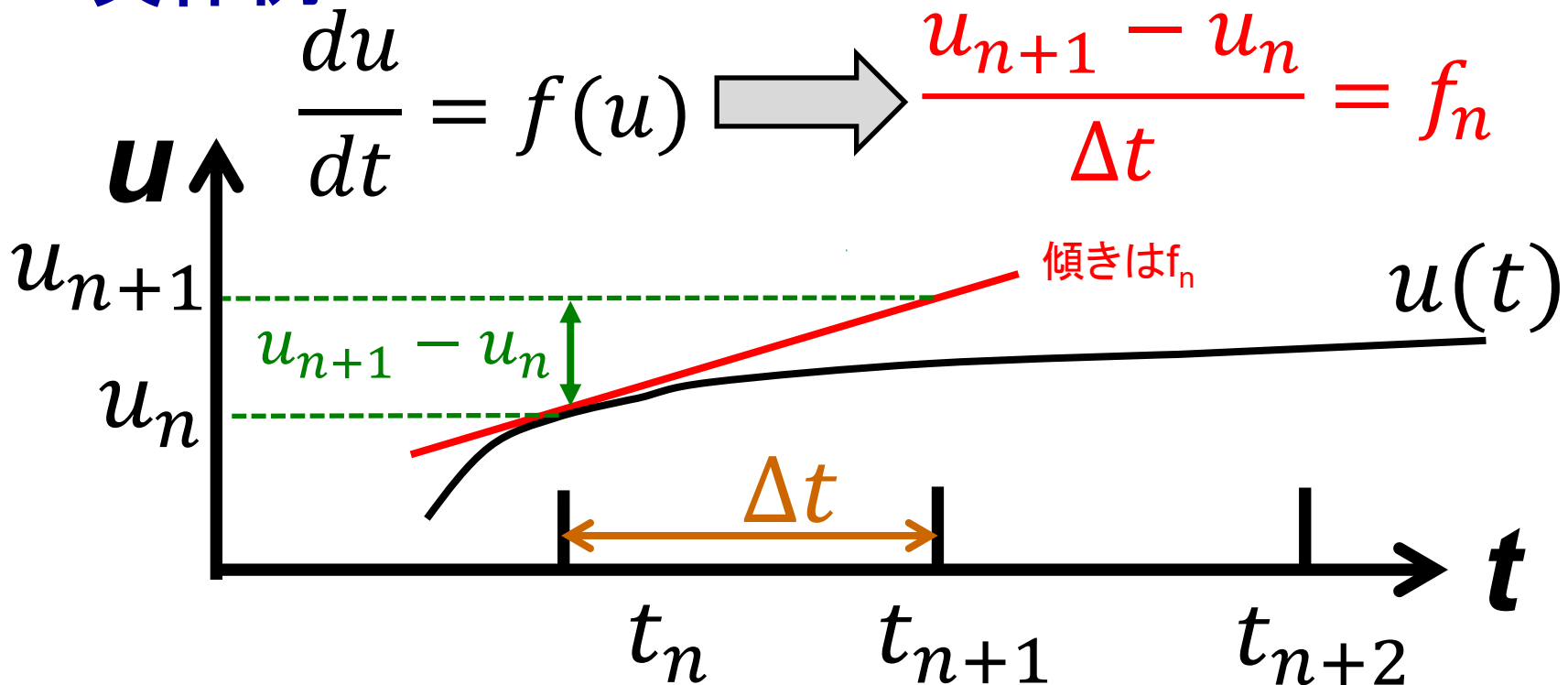
数値流体力学

(Computational Fluid Dynamics)

- ナビエ・ストークス方程式を数値的に解く
 - 計算機で数値積分を実行する
 - 科学における「第四の手法」と呼ばれることもある
- 利点
 - 条件を変えれば多様な解を求めることができる
 - 観測・実験が困難な場合でも解を求めることができる
- 欠点
 - 計算結果が正しいかどうかの検討が必要

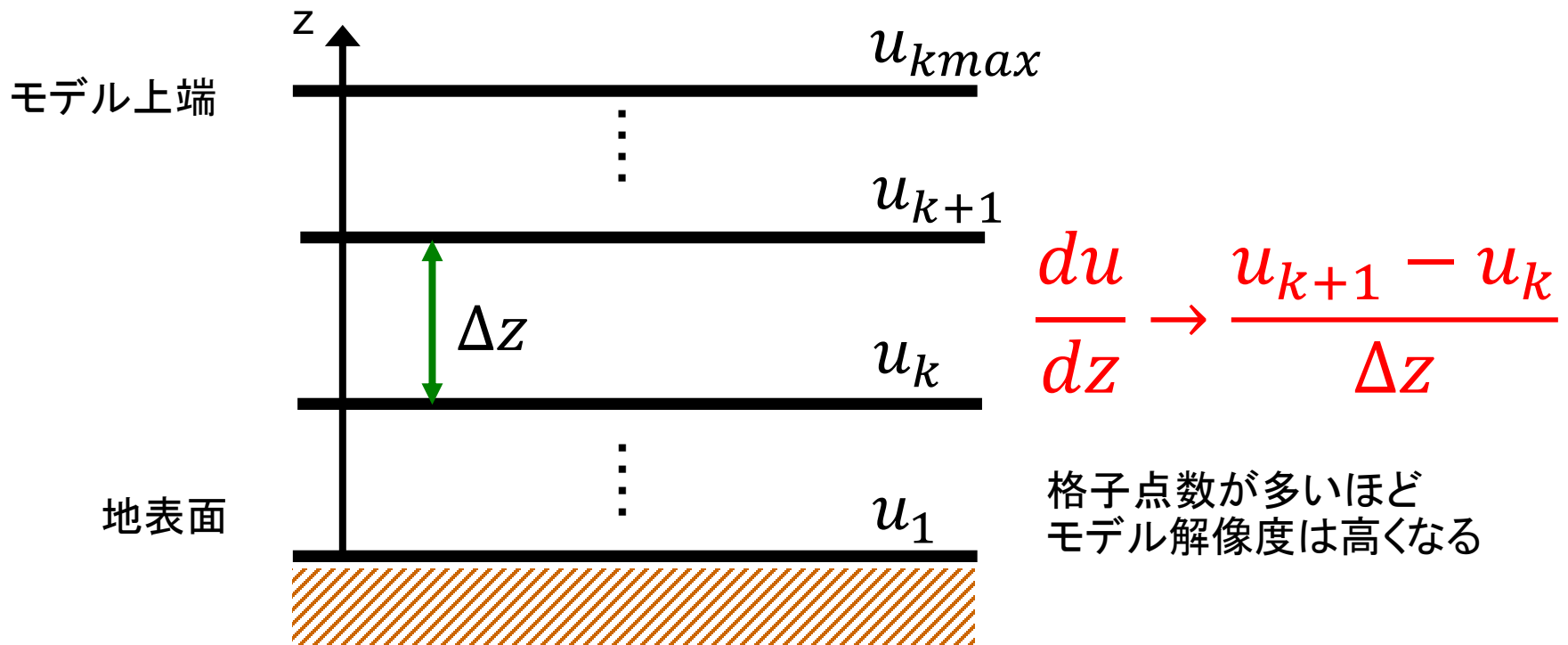
数値的な時間積分

- ・ 離散的な時刻のみを考える(差分化)
- ・ 各時刻における時間変化率の値を使った「外挿」の繰り返し計算
- ・ 具体例



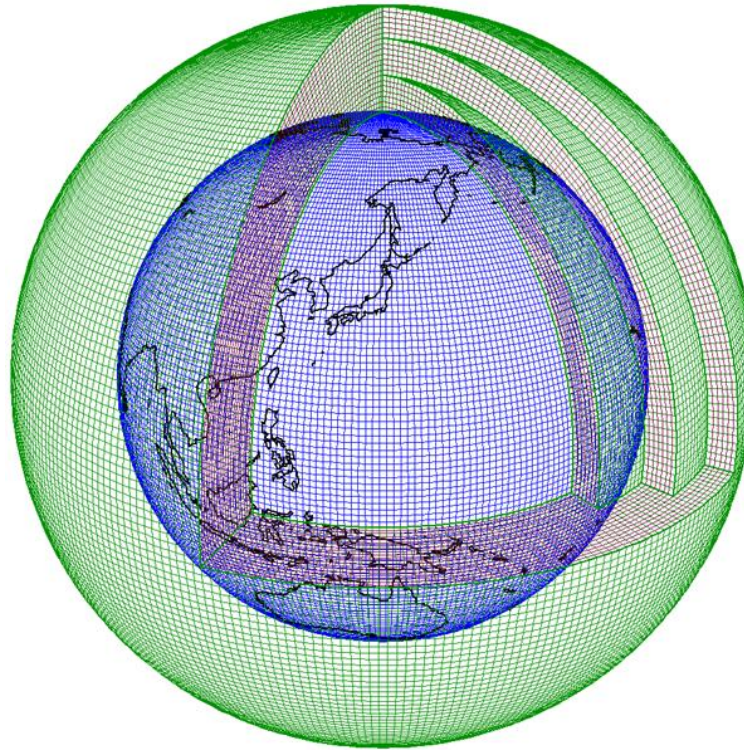
数値的な空間微分の表現

- 離散的な点(格子点)上の値のみを考える
 - 微分は格子点上の値の差であらわす
 - 格子点間隔より小さいスケールの現象は表現できない



大気への適用

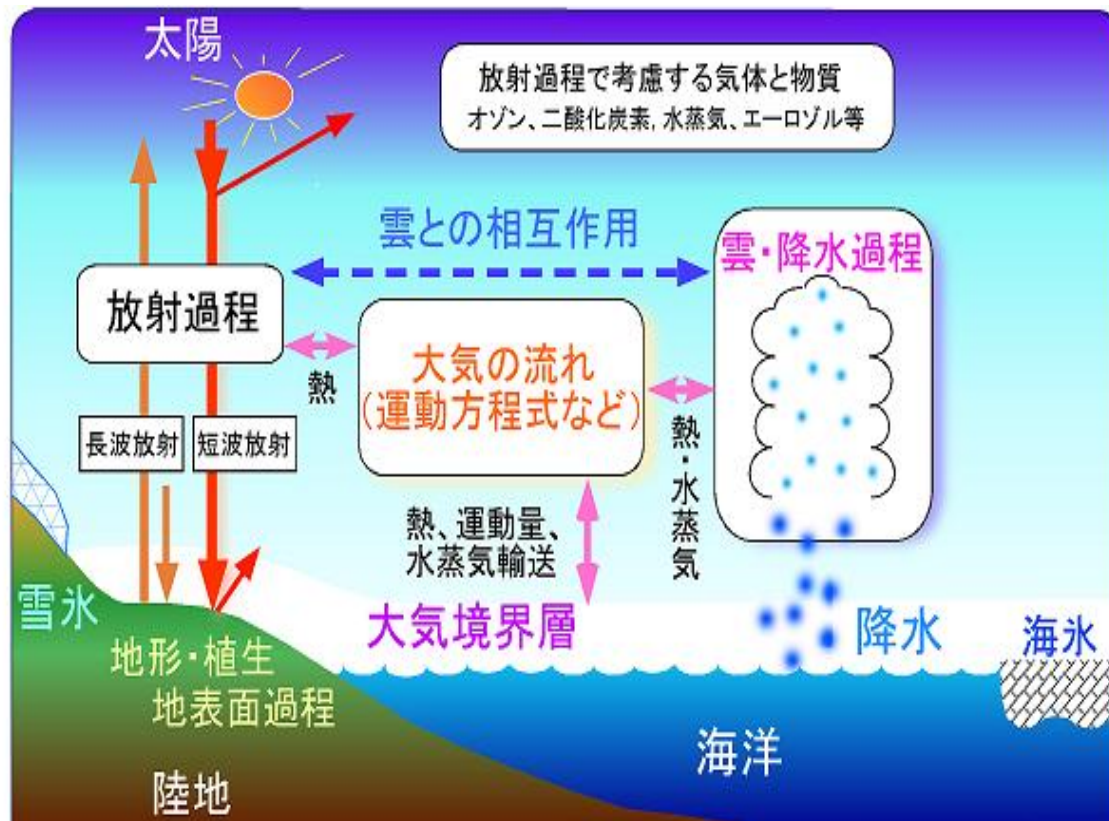
- 大気全体の循環を計算する場合、3次元球殻領域を考える。球面座標系を使用



<http://www.jma.go.jp/jma/kishou/known/whitep/1-3-1.html>

大気の「特殊事情」

- 水蒸気を考慮する必要がある
- 放射・雲・乱流などを考慮する必要がある
(格子点間隔より小スケールの過程の表現が必要)



大気に関する基礎方程式

運動方程式

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + \textcircled{F_i}$$

粘性
地表からの
運動量流入
乱流による輸送
回転の効果

質量保存則

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$$

エネルギー保存則

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\varepsilon v) = -\nabla \cdot q + \textcircled{Q}$$

粘性加熱
放射加熱
凝結加熱
地表からの熱流入
乱流による輸送

水蒸気の式

$$\frac{dq}{dt} = S$$

状態方程式

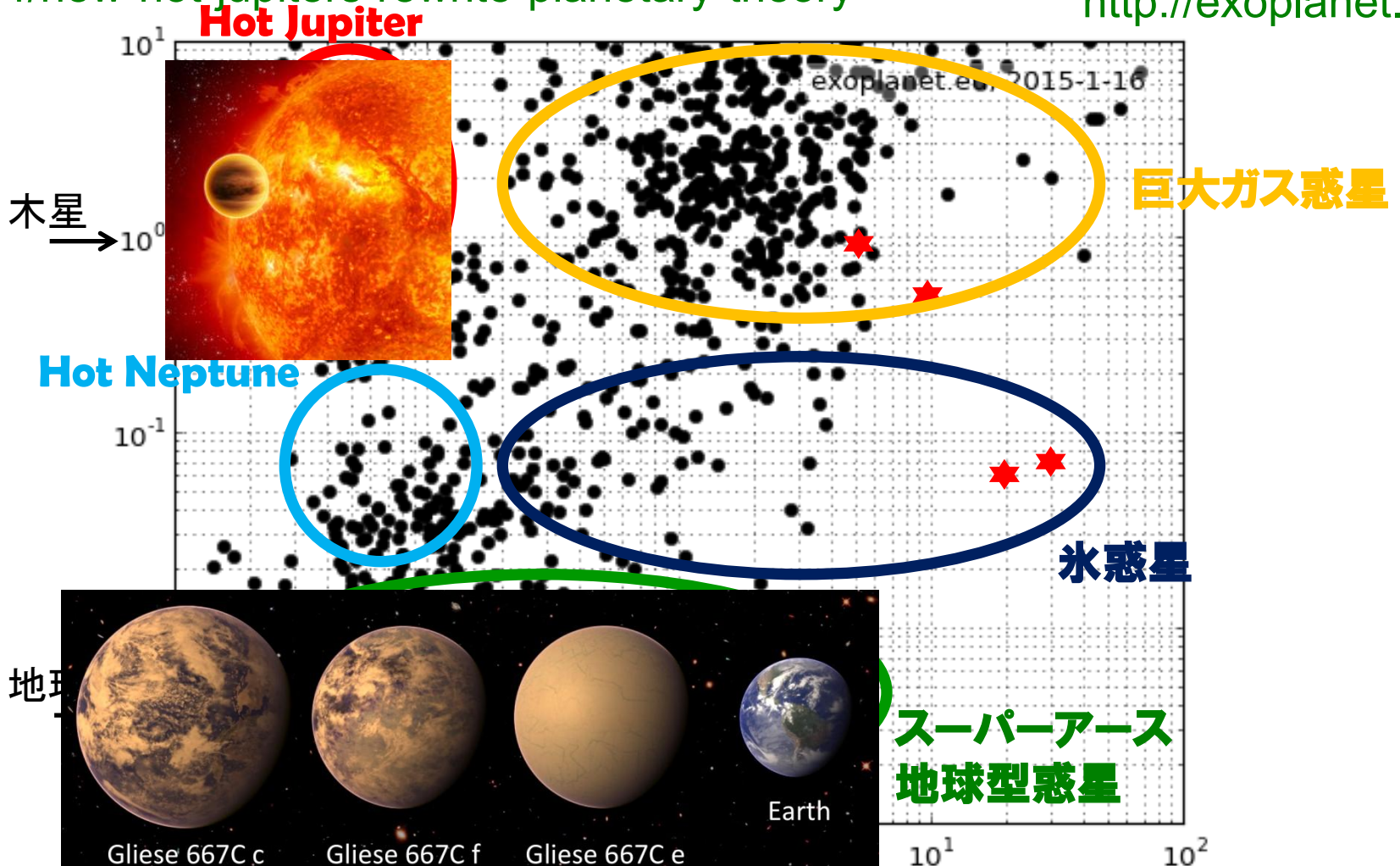
$$p = \rho RT$$

応用例：系外惑星

<http://www.cosmosmagazine.com/news/3404/new-hot-jupiters-rewrite-planetary-theory>

<http://exoplanet.eu/>

惑星質量（木星で規格化）

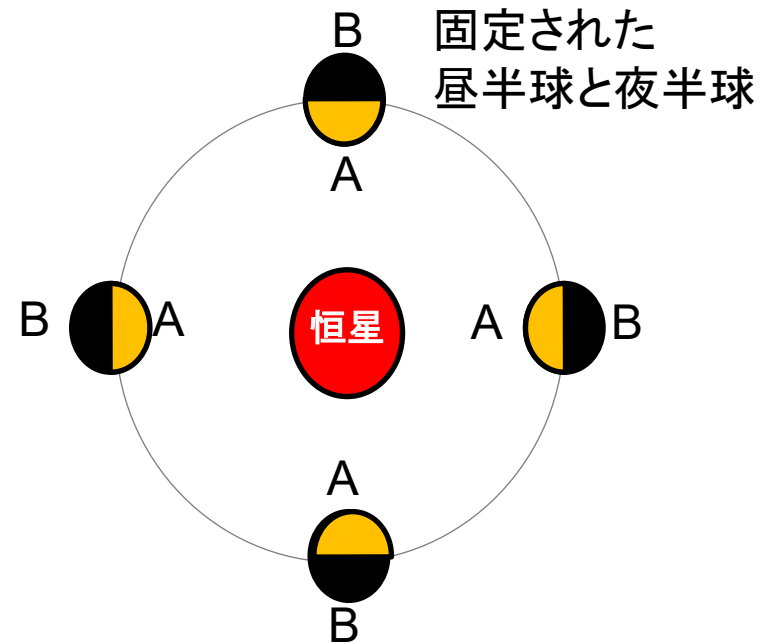
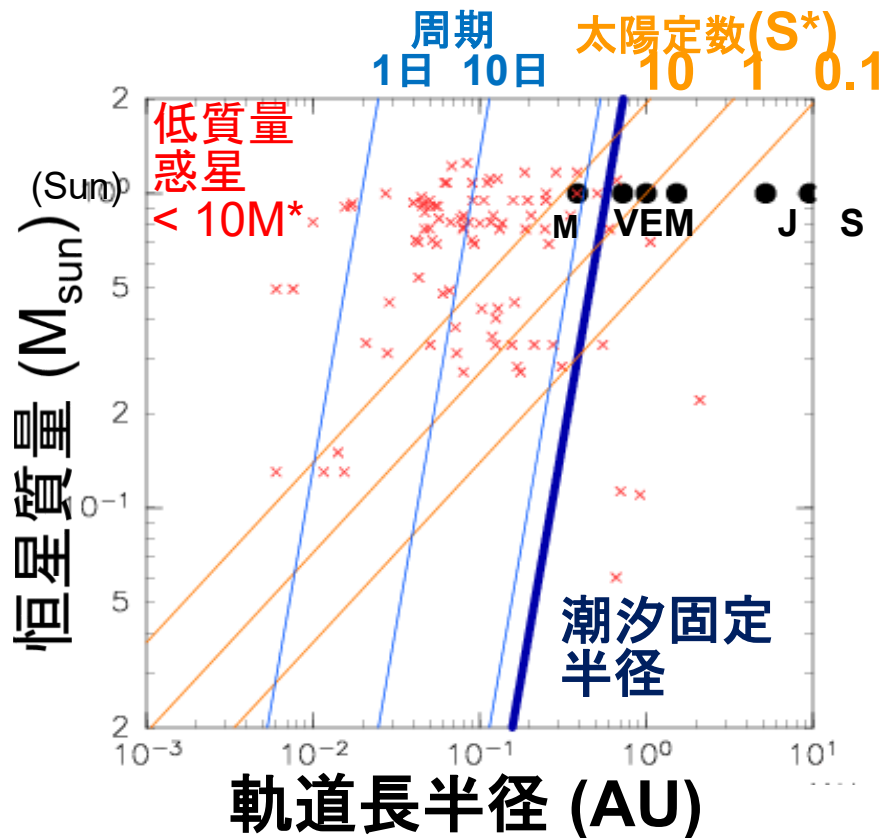


<http://www.drewexmachina.com/2014/09/07/habitable-planet-reality-check-gj-667c>

軌道長半径 (AU)

同期回轉惑星

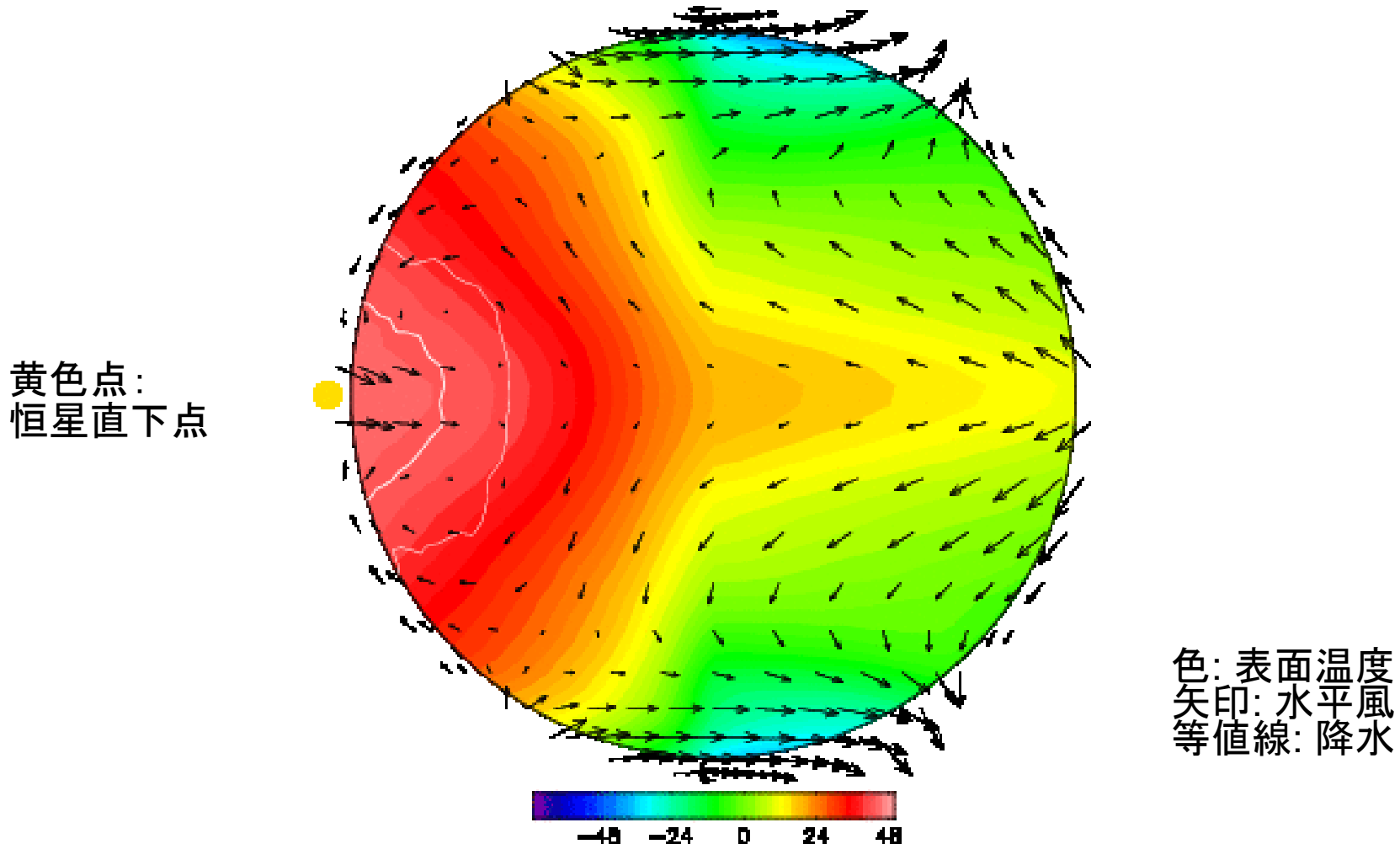
- 低質量の系外惑星の多くは潮汐固定
 - 固定された昼半球と夜半球が存在する世界
- 地球型惑星が存在する可能性も
 - 新たな気候の研究対象の出現



同期回転惑星の大気循環

$\Omega^*=0.5$, $S=1600\text{W/m}^2$ の場合

計算結果: 365日平均場の視点を変えた動画

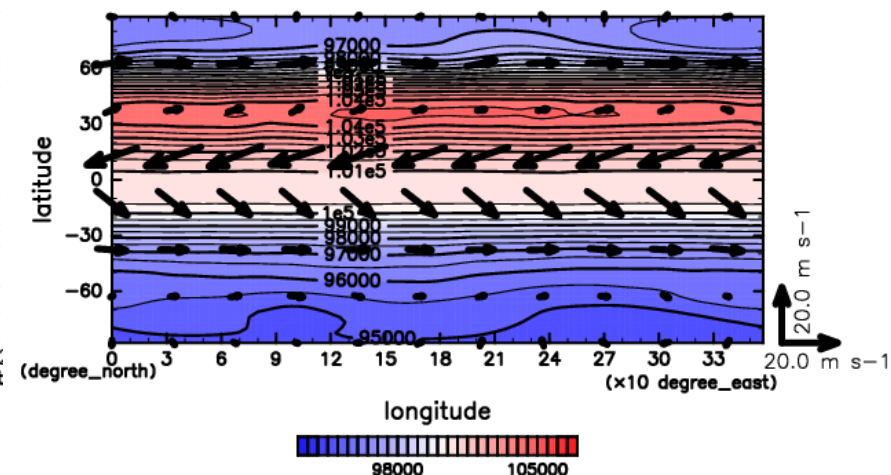
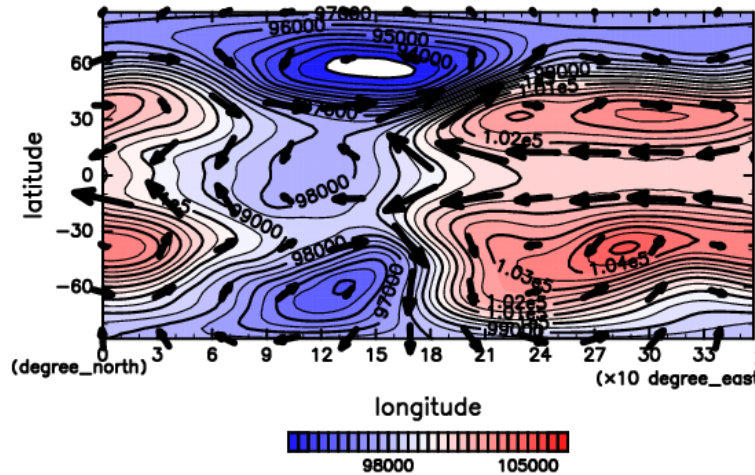


地球の循環との比較

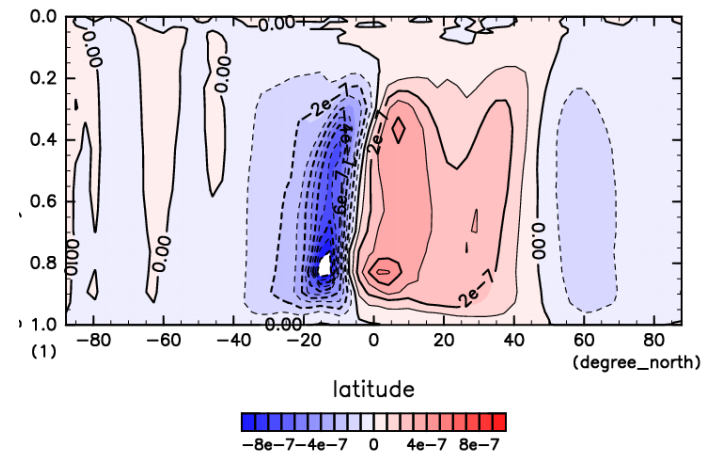
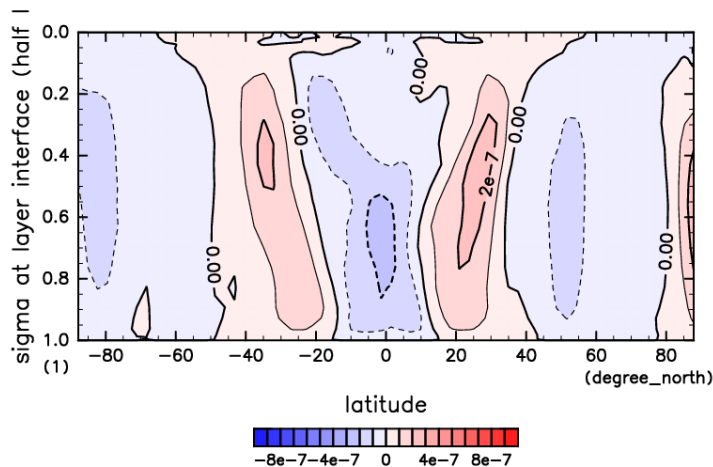
同期回転惑星

地球実験(12-2月の時間平均)

大気最下層
水平風、
表面気圧



鉛直風



気候の太陽定数依存性

- 地球条件で太陽定数を変化させる
- 地球のような気候が得られる条件の考察
 - 火星・金星・地球の違い



[http://www.solarviews.com/
raw/mars/mars060.jpg](http://www.solarviews.com/raw/mars/mars060.jpg)



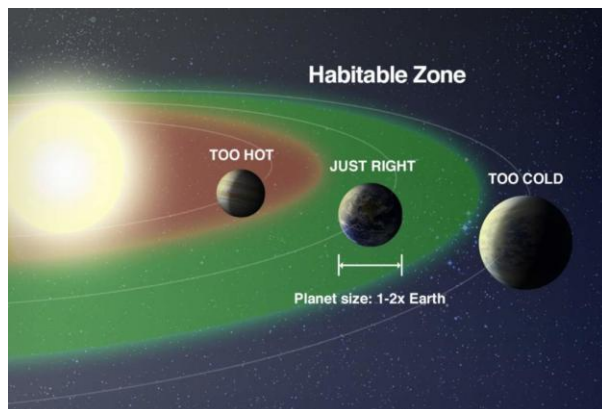
[http://www.solarviews.com/
raw/earth/earthx.jpg](http://www.solarviews.com/raw/earth/earthx.jpg)



[http://www.solarviews.com/browse/
venus/venusmar.jpg](http://www.solarviews.com/browse/venus/venusmar.jpg)

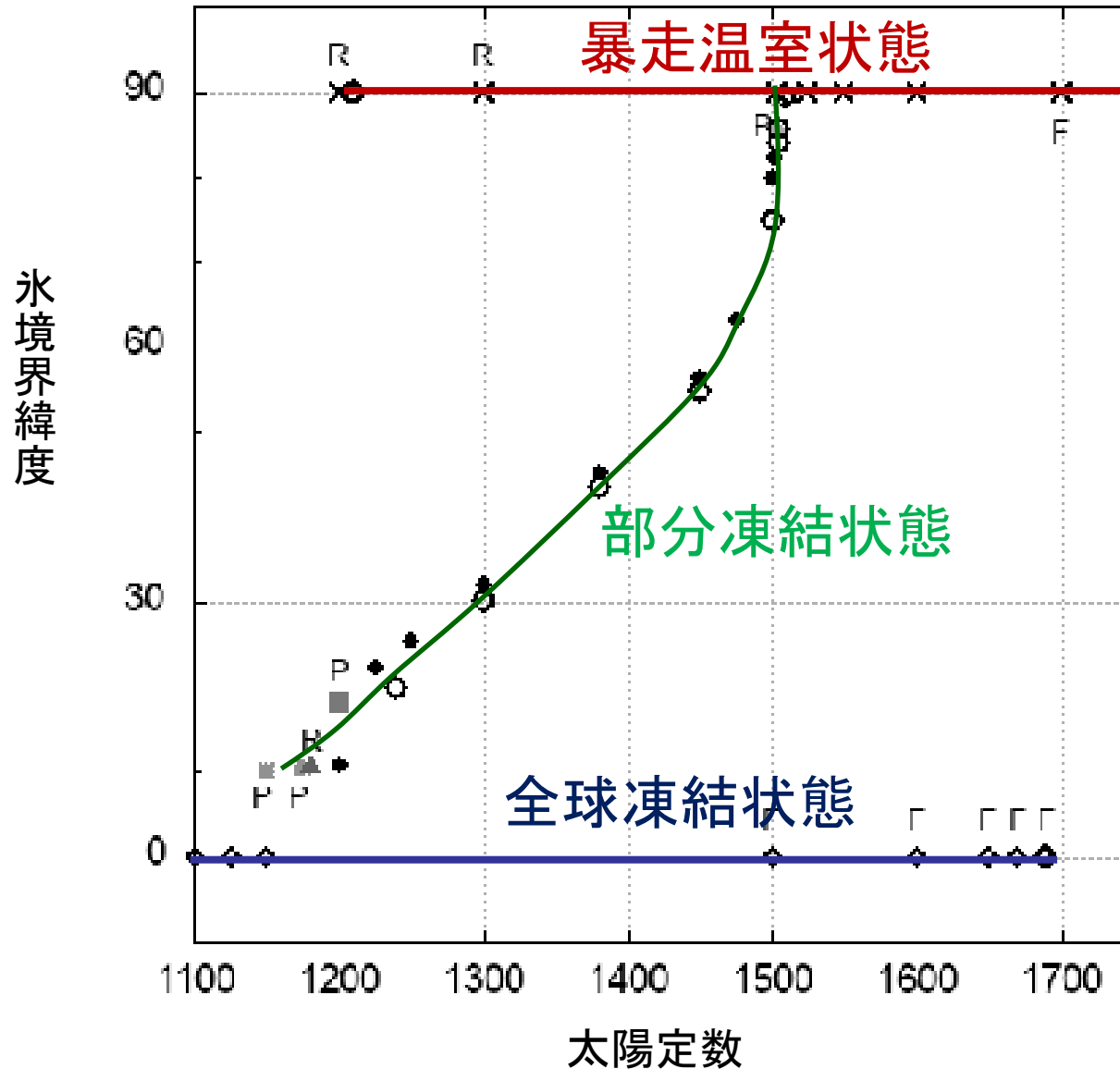
太陽定数

– ハビタブルゾーンの決定



[https://exoplanets.nasa.gov/the-search-for-life/
habitable-zones/](https://exoplanets.nasa.gov/the-search-for-life/habitable-zones/)

気候レジーム図



まとめ

- 流体力学を応用する多くの場合では数値的に解が「求められる」(求まった解に対する検証は必要)
- 地球大気も系外惑星大気でも、同じ流体力学方程式に従う(はず)なので、同じ手法で流れを求めることができる
- 方程式は同じでも条件に応じて多様な流れができる。流れは多様でも共通した流体力学の知見を使って考察・理解することができる