

学位論文

南半球冬季成層圏極域でのカオス的移流による輸送・混合過程

水田 亮

京都大学大学院理学研究科地球惑星科学専攻

2002年3月25日

目次

要旨	4
第1章 研究の背景	6
1.1 はじめに	6
1.2 2次元流体の混合の理論	7
1.2.1 保存力学系とカオスの混合	8
1.2.2 地球流体におけるカオスの混合	9
1.3 極渦周辺での混合と輸送障壁	11
1.3.1 ポテンシャル渦度による診断	11
1.3.2 等温位面上での移流計算	13
1.3.3 臨界層・よどみ点による解釈	14
1.4 本研究の内容	18
第2章 モデル・データおよび解析手法	20
2.1 回転球面上の2次元非発散モデル	20
2.2 UKMO4次元同化データ	22
2.3 解析手法	23
2.3.1 有限時間リアプノフ指数	23
2.3.2 コンターアドベクション	24
2.3.3 ポアンカレ断面図	24
2.3.4 相関次元	25
2.3.5 パッシブトレーサー	25
第3章 理想化した極渦におけるカオスの混合と輸送障壁	27
3.1 準周期解と非周期解の流れ場	27
3.2 混合過程と輸送障壁	30
3.2.1 有限時間リアプノフ指数	30
3.2.2 粒子移流計算	31

3.2.3	相関次元	37
3.2.4	ポアンカレ断面図	39
3.2.5	臨界緯度	40
3.2.6	極渦内で孤立する領域	41
3.3	議論および考察	41
3.4	結論	45
第4章	解の周期性と微細構造との関係	47
4.1	パラメータ依存性	47
4.1.1	解の周期性の変化	47
4.1.2	渦度場の滑らかさの変化	52
4.2	微細構造	53
4.2.1	パッシブトレーサーの移流	53
4.2.2	周期解におけるフィラメント構造の形成過程	55
4.2.3	非周期性を含んだ場合	59
4.3	議論および結論	63
第5章	南半球上部成層圏での極渦内での混合	66
5.1	風の場の年々変動	68
5.1.1	経度・時間断面図	68
5.1.2	東西平均の緯度構造	69
5.1.3	PVの場の時間発展	72
5.2	等温位面上の水平混合の年々変動	73
5.2.1	同心円上の粒子の移流	73
5.2.2	コンターアドベクション	75
5.2.3	有限時間リアプノフ指数	77
5.2.4	コンターの長さの時間発展	77
5.2.5	波の強さと混合の指標との相関関係	81
5.3	議論および考察	81
5.4	結論	83
第6章	まとめ	85
	基礎となった論文	87
	謝辞	88

付録	89
A 有限時間リアプノフ指数	89
参考文献	92

要旨

冬季成層圏極域での水平方向の混合過程および輸送障壁の力学的な構造やメカニズムについて、おもにラグランジュ的な手法を用いて調べた。

まず、球面上の2次元順圧モデルを用いて極渦を理想化した状況を再現した。順圧不安定となるジェットを強制として与えて極渦が時間的に変動するようにし、準周期的に時間変化する流れと、それによく似た非周期的な流れについて、両者を比較しながらその中での混合過程を解析した。

準周期流の中では典型的なカオスの混合がおこっていて、極渦の外側、あるいは内側でも、効率的な混合がおこっていることがわかった。混合領域は、順圧不安定によって発達するプラネタリー波の臨界緯度との一致が見られた。ポアンカレ断面図により混合領域の正確な位置を特定することができ、不変トーラスの縁が混合の障壁となっていることがわかった。極渦の縁付近のポテンシャル渦度の強い勾配に対応する障壁に加えて、そのような強い勾配に対応しない別種の障壁が存在していた。

また非周期流においても、カオスの混合が支配的であった。同じ波のエネルギーをもつ準周期流に比べて平均として高いリアプノフ指数を持っていた。これはカオス領域に含まれる面積が増えることによるものと考えられる。相関関数の時間発展もカオス領域に特徴的なものであった。また極渦の中心付近に孤立領域が存在していた。これは準周期流でのポアンカレ断面図で見られた不変トーラスで説明することができる。

この流れの中では、近似的にラグランジュ保存するトレーサーとして扱われるポテンシャル渦度は周期性を持ち、時間・空間的になめらかな変化をするのに対して、カオス領域においては流体粒子の軌跡は周期性を持たず、フィラメント状の微細な構造を多く形成する。そこでこの両者がラグランジュ的に見てどのように関係づけられているかを、とくにポテンシャル渦度の非保存項の作用に関連づけて考えた。

定常波の流れでは、プラネタリー波の臨界緯度にあるよどみ点に向かって近づく際に流体粒子の速さが時間とともに低下し、同じ流線上にある2点間の距離は縮められる。このためその2点間のトレーサーの変化が緩やかであっても、縮められることにより強い勾配が作り出される。ラグランジュ的に保存されるトレーサーはこの作用により細かい構造が作り出されるが、非保存項をもつポテンシャル渦度はそれより短い時間スケールで非保存項の作用により緩和されるため、常に滑らかな分布が維持されていることがわかった。不規則性を増してゆくと、流れ場によってより短時間で細かい構造が作り出され、ポテンシャル渦度でも

フィラメント状の構造が維持されていた。

さらに、現実大気の4次元同化データから得られる等温位面上の風の分布を用いて、南半球上部成層圏における冬季の極渦の内部での輸送・混合過程を調べた。有限時間リアプノフ指数、コンターアドベクションなどの手法を用い、極渦が大きく変動しない真冬について解析した。1992年から2000年の9年間について、風のための年々変動と混合の強さの年々変動、およびそれらの間の関係を調べた。

この領域では周期約4日で東進する4日波と呼ばれる波動がしばしば見られる。この構造がよく見られるときと見られないときとで比較をおこなった。よく見られるときには極渦の内側でも効率のよい混合過程が存在していた。有限時間リアプノフ指数は外側での値に近いぐらいの高い値を持っている場所があり、コンターは時間とともに指数関数的に伸びることが確かめられた。このような混合過程は極渦内全体に一樣というよりは、70°Sより極側でよく見られた。一方同じ場所でも波動が見られない年もあった。そのような時には風の場合は極を中心とする剛体回転に近く、混合は小さかった。有限時間リアプノフ指数は低く、物質コンターは時間とともに線形的に近い伸びを示した。空気塊はジェット付近の風の南北シアーによって引き伸ばされているだけと考えられる。混合の強さにはこのように大きな年々変動が見られ、それはその場所でのポテンシャル渦度の擾乱についての強さの年々変動と関係づけられることがわかった。

第1章

研究の背景

1.1 はじめに

冬の成層圏は、物質輸送・混合過程の観点から見ると極域・中緯度・赤道域の3つに分けられる。赤道域では対流圏から入ってきた空気が上昇し、極域では空気が下降している。これらは成層圏でのプラネタリー波の砕波による極向き輸送、および中間圏での重力波の砕波による冬極向きの輸送が生じるためと考えられている (例えば Holton et al. 1995; Haynes and Shuckburgh 2000 など)。これを模式的に示したものが図 1.1 である。このような循環は大規模で、上昇速度・下降速度は数 km/month 程度のゆっくりとしたものである。3つの領域はお互いに輸送障壁によって隔てられており、いくつかの化学物質の全球的な分布から3つの領域を区別することができる (e.g. Plumb 2001)。

極域と中緯度域を隔てているのは極夜ジェットである。ここでは強い西風が吹いていて、またポテンシャル渦度 (PV) の水平勾配がもっとも大きい場所にもなっており、極域全体を大きな極渦として見たときにはその極渦の縁の位置となっている。また中緯度域と赤道域との境界は、極域と中緯度域との境界ほどはっきりしないが、東西平均の風速がゼロの緯度に対応していると考えられている。

3つに分けられたそれぞれの領域では、等温位面上で輸送・混合が生じている。これは鉛直方向の輸送よりずっと速い。とくに中緯度域では物質は水平方向に、大規模にすばやくかき混ぜられており、その領域はロスビー波砕波に伴う “surf zone” と呼ばれている (Juckes and McIntyre 1987)。そのような混合過程は化学物質の反応過程や、輸送障壁の強さ・位置にも影響を及ぼし、そのことを通じて成層圏全体の物質循環・輸送に深く関わってくると考えられる。しかしこのように大規模なスケールの混合は従来の分子拡散・渦拡散の概念ではとらえきれない特質を持っており、新しい考え方を取り入れて理解を深める必要がある。

本研究では、冬季の成層圏極域、とくに南半球に着目し、水平2次元的な混合過程と輸送障壁の力学的な構造やメカニズムを、おもにラグランジュ的な手法を用いて詳しく調べた。

この章ではまず、2次元的な流体の混合に関する理論、とくに、流れ場が規則的であっても流体のラグランジュ的な動きは不規則になり得るというカオスの移流について述べる。そしてそれを地球流体に適用する試みや、そのために用いられてきた解析手法について述べる。

また成層圏では、物質の動きは大きいスケールの速度場に支配されている。Waugh and Plumb(1994)は、成層圏で異なった空間解像度の風の場合から移流を計算したものを互いに比較し、 10° 程度の粗い解像度でもある程度細かいスケールまで物質の動きを十分表現できることを示している。これらのことから、成層圏において数日から数週間の時間スケール、地球規模の空間スケールでの物質の動きは、水平2次元に近似して考えることができる。

1.2.1 保存力学系とカオスの混合

2次元で、時間・空間方向の変化の小さいなめらかな流れであっても、流体粒子のラグランジュ的な挙動は複雑なものになることがあり、まずこれについて詳しく考える。

時間変化が規則的な流れ場の中であっても、その中での流体粒子の動きはカオス的になることが可能であり (Aref 1984)、カオスの移流あるいはラグランジュカオスと呼ばれる。2次元流では、流れ場が周期変動するだけでそのような現象が起きる (3次元流では定常流でも可能である)。これにより、流体の効果的で不可逆な混合が可能になる。このような状況での混合をカオスの混合という。カオスの混合は、一般的な乱流中の混合とは異なる特徴を持っている。

2次元非発散の流れ場は流線関数 ψ を用いて

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1.1)$$

と書けるが、これはハミルトンの正準方程式

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}, \quad (1.2)$$

と同じ形をしている ($(x, y, \psi) \rightarrow (q, p, -H)$)。これはすなわち、カオスの諸理論において運動の状態 (q, p) の時間発展について調べられてきたことを、流体粒子の位置 (x, y) の時間発展に応用できるということを意味している。流線関数 ψ で書ける流れ場が非発散であるということは、ハミルトニアン H で書ける系では位相空間内の体積が保存する (Liouville の定理) ということと対応している。

ハミルトニアン H が時間に独立であればこの系は積分可能であるが、時間に依存していれば積分可能ではなくなり、運動の状態 (q, p) はカオス的なふるまいをする。一般的に保存系カオスと呼ばれているものである。これと同様に、流線関数 ψ が時間に依存していれば、(周期変動であっても) 流体粒子の位置 (x, y) は時間とともにカオス的なふるまいをすることになる。

カオスの移流により、ごく近傍にあった流体は遠く離れてゆくことになる。ごく近傍の流体粒子間の距離は時間とともに指数関数的に増加する。流体塊は引き伸ばしに加えて折りたたみも受けることにより、パイ状の構造をつくって領域内を埋め尽くしてゆく。逆に言えば、異なった性質 (化学組成・渦度など) を持った別々の流体はすぐ近くにまで接近するとことに

なり、またその境界線(面)は時間とともに指数関数的に長く(広く)なる。すぐ近くにまで接近し境界が増加すれば、小さいスケールではたらく拡散や乱流といったものにより混合され、均質化が促進され、化学反応にも影響を与える。カオスの混合は、このような、規則的な流れ場の中で流体粒子がラグランジュ的にカオス的なふるまいをすることによる混合である。

このような概念は、1980年代に生まれた新しい概念である。(1.1)(1.2)式のような位相空間と実空間の対応関係は基本的なものであり以前から知られていたが、この関係により実空間の流体でラグランジュ的なカオスが起ることを指摘したのは Aref(1984)が最初となる。この位相空間と実空間の対応関係を利用して、位相空間内のカオスで用いられてきた解析手法が実空間に用いられるようになった。Ottino(1989)は、管や容器の中などさまざまな種類の流れの中での流体粒子のカオス的なふるまいについて、ポアンカレ断面図、リアプノフ指数、安定・不安定多様体などいくつかの手法を用いて調べたものを示している。

1.2.2 地球流体におけるカオスの混合

Pierrehumbert(1991a,b)はこの概念を地球流体によく見られる流れに適用した。2次元の β 平面において、流線関数 ψ が

$$\psi = A \sin [(x - c_1 t)] \sin y + \epsilon \sin [(x - c_2 t)] \sin 2y \quad (1.3)$$

という2つのプラネタリー波の重ね合わせになっている流れを与える。 $\epsilon \ll A$ であり、右辺第1項が基本場、第2項が擾乱を表している。 $y = 0, \pi$ に壁を置いて、 x 方向には周期境界とするチャンネル領域としている。これを c_1 で動く系で見れば擾乱が周期変動する流れ場が得られるので、この中でのカオスの混合の様子を調べている(図1.2a)。

その結果、図1.2(b)のように、初期に小さい流体塊であったものが時間とともに指数関数的に長くなり、パン生地をこねるような引き伸ばし・折りたたみの過程を経てやがてある領域全体でよく混合された状態になる。また中央の速い流れの場所が輸送の障壁になっていて、そこをまたいで流体が移動しない、といったことが見られる。これを図1.2(c)のようにポアンカレ断面図で見れば、中央の波打った速い流れの場所が規則的な粒子運動をするトーラス、その周辺部の不規則な粒子運動をする場所がカオス領域になっていることがわかる。

このような混合は従来と異なる概念の混合であるため異なった性質を持っており、渦拡散で近似して拡散係数で混合の強さを見積もる、といった方法はそのまま用いることができない。しかし一方で力学系での軌道の不安定性といった議論で用いられるポアンカレ断面図・リアプノフ指数といった評価方法は、場が無限時間にわたって完全に周期性を持っていることを前提にしており、地球流体のような流れにはそのまま持ち込むことはできない。Pierrehumbert(1991a,b)ではこのような場合の混合の定量的な評価に、相関次元や有限時間リアプノフ指数などの方法が有用であることを示した。相関次元は多数の点の集合にたいしてその分布のフラクタル次元を与えるものであり、有限時間リアプノフ指数は本来無限時間で

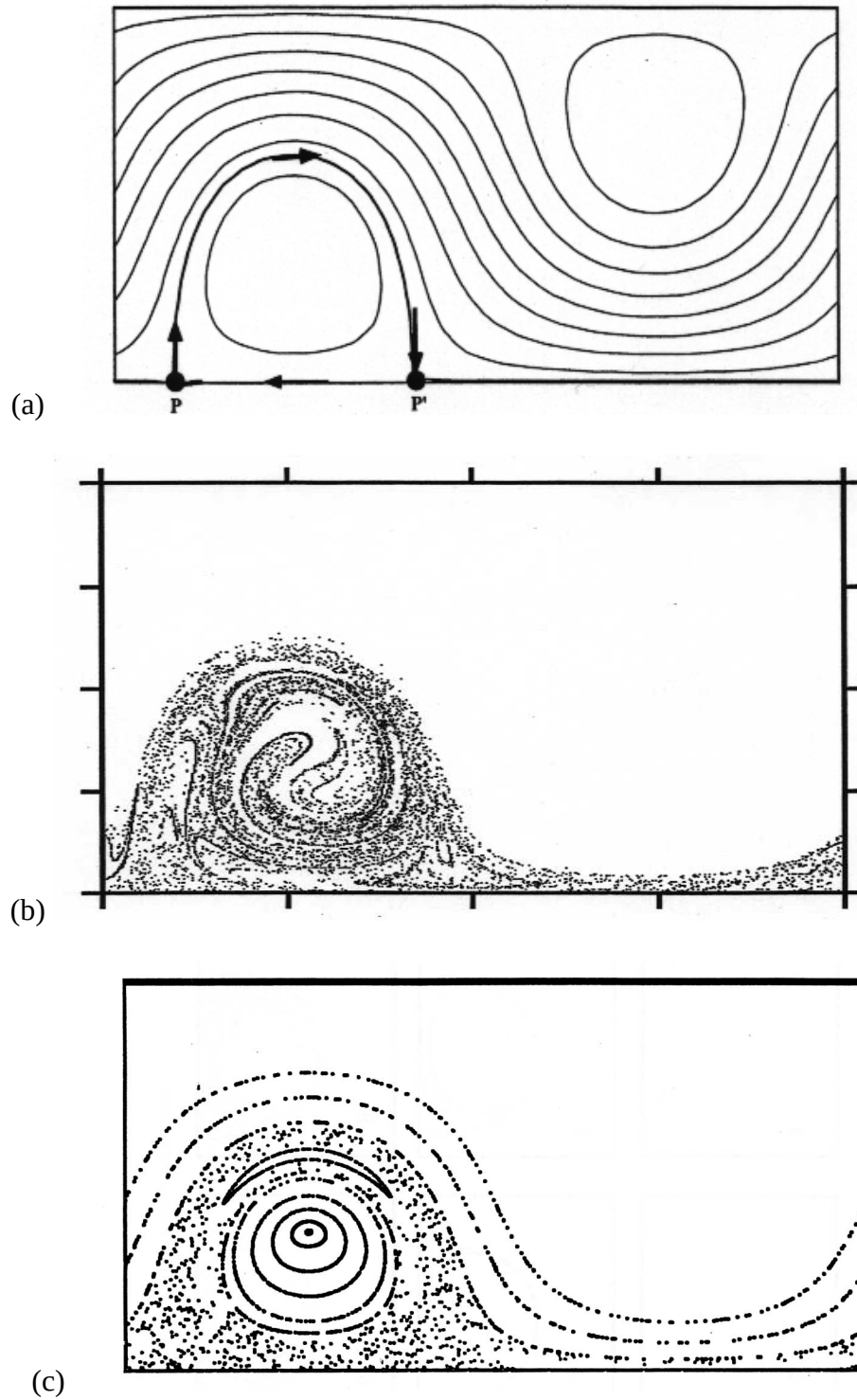


図 1.2: チャンネル領域で 2 つのプラネタリー波の重ね合わせによって生じるカオスの混合 (Pierrehumbert 1991b)。 (a) c_1 で波とともに動く系で見た基本場の流線関数。 P と P' がよどみ点で、太線はよどみ点を含む流線を表している。 (b) 擾乱の変動周期の 7 周期後の粒子の位置。初期位置は $(\pi/2, 0.25)$ の位置で一辺 0.01 の正方形の中に粒子を 10000 点を置いたもの。 (c) ポアンカレ断面図 (2.3.3 節参照)。

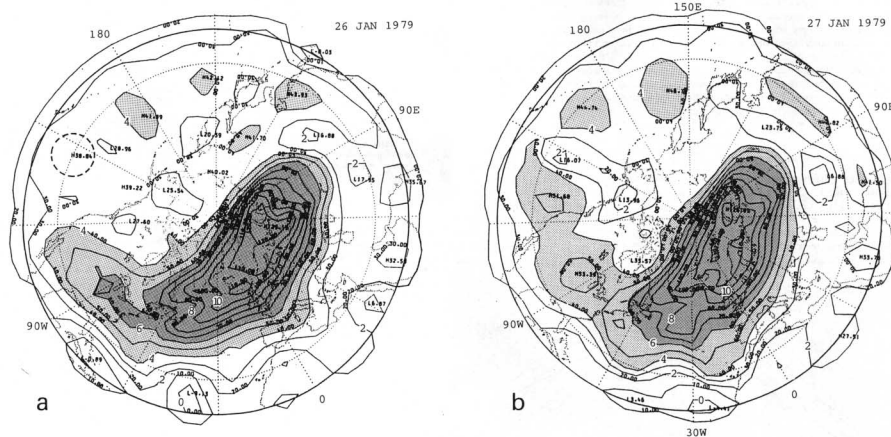


図 1.3: 850K 等温位面 (約 1hPa) 上の PV の分布 (McIntyre and Palmer 1984)。1979 年 1 月 26 日 (a) と 1 月 27 日 (b)。北極を中心とし、外側の円は 20°N。

定義されるリアプノフ指数を有限の評価時間で、場所に依存する値として与えるものである (2.3.1, 2.3.4 節参照)。

それにつづく大気や海洋の流れを想定した研究により、プラネタリー波の中の流れでのカオス的な流体運動が明らかになっている (Samelson 1992; del-Castillo-Negrete and Morrison 1993; Duan and Wiggins 1996)。別のアプローチとして、安定・不安定多様体やローブを用いた診断 (Wiggins 1992) もおこなわれている。Malhotra and Wiggins (1998) は Pierrehumbert (1991a,b) と同じ形の流れで安定・不安定多様体の構造を調べ、それが時間方向に周期性を持たなくなってもトーラスの構造が残って輸送障壁ができることを示している。

1.3 極渦周辺での混合と輸送障壁

1.3.1 ポテンシャル渦度による診断

一方、1.1 節で触れたように、冬季極域の成層圏では、緯度 60° 付近に極大をもつ極夜ジェットにより極渦が形成されている。物質の動きは等温位面上の動きが支配的であるが、極渦の縁ではジェットが南北方向の輸送障壁となり、そこをまたぐ輸送が妨げられている。このような極渦内外における輸送や混合の力学過程についてはこれまで数々の研究が行われてきた。McIntyre and Palmer (1983,1984) は、ポテンシャル渦度 (PV) が加熱・粘性がなければラグランジュ保存量であるということに着目し、対流圏から上方伝播してきたプラネタリー波

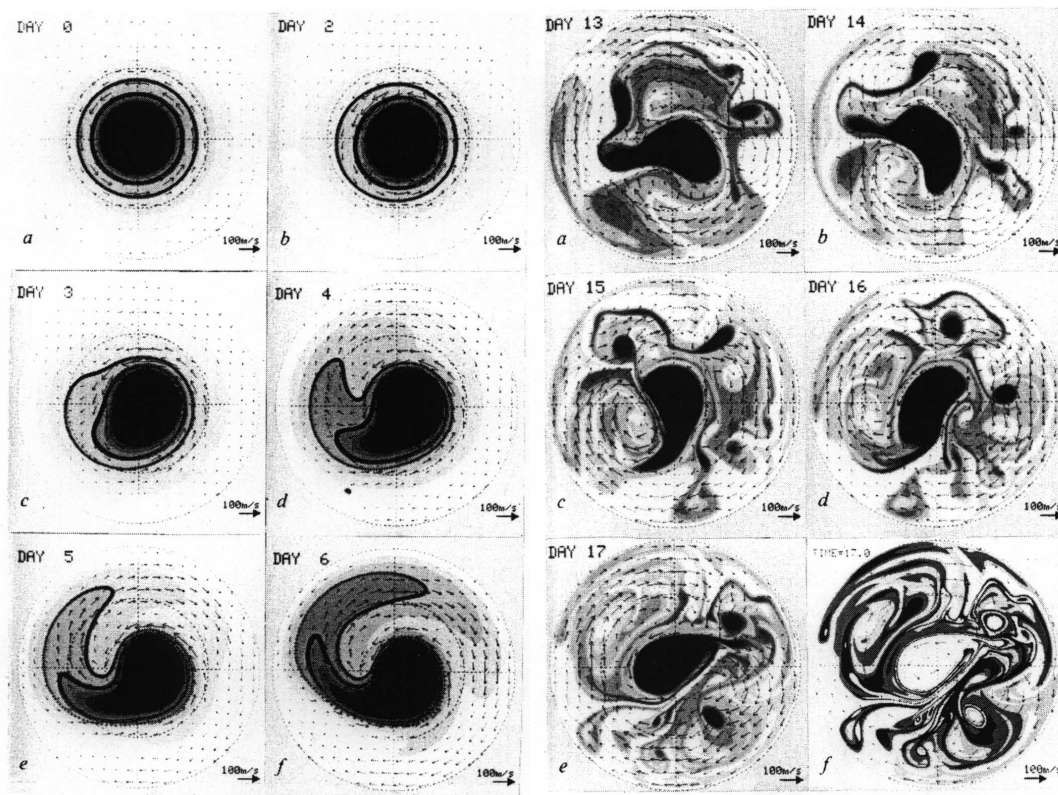


図 1.4: 1 層の球面モデルにおけるポテンシャル渦度の時間発展 (Jukes and McIntyre 1987)。色が濃いほど高い値を表す。ただし最終日のみ白黒反転した図を並べている。中心は北極で、外側の円は赤道。矢印は風速。

の碎波により極域の空気塊が引き伸ばされ、中低緯度に達している様子を、PV の等温位面上の分布図によって示した (図 1.3)。PV はおよそラグランジュ的に保存しトレーサーの役目を果たすだけでなく、その分布から他のすべての力学量を計算し流れ場を決定することができる量でもある (Hoskins et al. 1985)。すなわち、PV は流れ場に乘って移流され、それにより流れ場自身に変化を受けるというフィードバックがあり、PV の輸送・混合は流れ場の力学に影響を与える。その意味で PV はパッシブトレーサーとの対比でアクティブトレーサー、あるいは力学的トレーサーとも呼ばれる。

Jukes and McIntyre (1987) は、1 層の球面モデルで得られたプラネタリー波の碎波で同様の診断をおこなった。プラネタリー波の外部強制を加えると、極渦が大きく変形を受け、極渦の外側の中緯度では乱流状態となった。それによって、PV は等値線が強い変形を受け、そして混合され、やがて均質化されていた。一方極渦の縁は輸送の障壁となって、極渦の内側の物質は中に閉じこめられ、外側から孤立した格好になっていた (図 1.4)。

このような現象は次のように説明される。現実には対流圏から上方に伝播してきたプラネ

タリー波が外部強制の役割を果たすが、それが十分大きな振幅になると波は非線形となり、極渦の外側で砕波する。これにより中緯度では PV の混合・均質化が起きる。他の化学トレーサーなどもよくかき混ぜられる。この領域は海岸の波打ち際にたとえて “surf zone” と呼ばれる。中緯度で PV が均質化されていることにより、その領域の端では PV の強い南北勾配が作られる。南北方向の勾配が強いとプラネタリー波の復元力が強くはたらか、大きな変形を受けないことから、極域と中緯度域の間の物質交換を妨げる輸送障壁が形成される。このようなメカニズムはプラネタリー波 (ロスビー波) の復元メカニズム (Hoskins et al. 1985) と呼ばれる。その渦は “containment vessel”(密閉容器) と呼ばれ、中の空気は外側から孤立していて閉じこめられていることになる。より一般的に、ジェット的位置で渦度の水平勾配が強くなって輸送障壁が形成されるというのは、回転水槽実験によっても示されている (Sommeria et al. 1989; Behringer et al. 1991)。

このような極渦の中に空気が閉じこめられるという現象は、オゾンホール生成・消滅と関連づけられる (e.g., McIntyre 1989; Schoeberl and Hartmann 1991)。オゾンホールは下部成層圏で春に形成され、南半球で毎年見られる。冬に極夜で十分温度が低下すると極成層圏雲が生じ、その表面上での不均一反応によりフロンなどからオゾンを破壊する物質が作られる。春になって太陽光に当たることにより、オゾンの破壊反応が生じる。極渦の縁が輸送障壁になっていることは、中緯度の空気が極域に達するのを妨げて極域の温度を低くし極成層圏雲を生じやすくする作用と、生成されたオゾン破壊物質を春まで閉じこめておく作用の 2 つを持っている。北半球と南半球を比較すると、南半球の方が対流圏から伝播するプラネタリー波が小さく極渦が強固であり、また春に極渦が崩壊する時期も遅い。このため、南半球の方が輸送障壁の効果が強く、オゾンの減少が大きくなって、オゾンホールが生成されやすい状況にあるということになる。

1.3.2 等温位面上での移流計算

オゾンホールとの関連から、中部・下部成層圏で極渦の縁がどの程度輸送障壁になっているか、またその外側や内側で等温位面上の混合がどのようにどの程度起こっているか、ということが注目された。実際に物質がどのような動きをしているかを調べるために、飛行機や衛星による化学物質の観測と並行して、さまざまな手法を用いて風の場合のデータからの移流計算がおこなわれた。多くは客観解析データから等温位面上の風の場合を求め、物質が等温位面上を動くとして仮定して計算したものである。

Bowman (1993) は、南半球のオゾンホールの出現時において、多数の粒子を緯度・経度の格子点上に等間隔に配置し、客観解析データから求めた等温位面上の速度場から流体粒子の軌跡を計算した (図 1.5)。それによれば、極渦の内側・外側に置いた粒子は 30 日経過してもそれぞれ内側・外側にとどまっており、内外の物質交換が非常に少ない。Chen et al. (1994)、Chen (1994) は、ポテンシャル渦度の等値線に沿って仮想的な物質コンターを置いたり、ポテンシャル渦度と同じ値を持つ仮想的なトレーサーの分布を初期時刻に与えたりして、その移

流を計算した(図 1.6)。その結果、400K(約 16km)より上では極渦の縁の障壁は強いが、それより下では障壁はあまり強くなく、極渦の両側で物質の交換が起こっていることを示した。また北半球で同様に物質コンターの移流を計算した場合には、やはり極渦の縁が輸送障壁になるものの、プラネタリー波の碎波によりしばしば極渦内の空気が引き出され、中緯度の空気と混合することがわかっている(Plumb et al. 1994; Waugh et al. 1994; Norton 1994)。

極渦の内側・外側では、それぞれの領域で混合が起こっている。Pierce and Fairlie (1993)は大気大循環モデルの流れの中での粒子の移流を調べ、極渦の内側・外側それぞれで物質コンターが引き伸ばしや折りたたみのパターンを示すことから、カオスの混合が起きているということを指摘している。有限時間リアプノフ指数が高い値を持ったり(Bowman 1993)、物質コンターの長さが指数関数的に成長したり(Chen 1994; 図 1.6)することによっても、カオスの混合が少なからず役割を果たしていることが指摘されている。ただしこのような場所の流れは 1.2 節で議論されているような周期流とは異なり、流れ自身が不規則であることによる混合を含んでいる。理論的な解析を直接用いるためには、この乱流の成分による混合の影響を取り除く必要があるため困難を伴う。

極域、すなわち極渦の内側での混合を調べた研究の多くは中部・下部成層圏でおこなわれているが、極渦の両側を比較した場合、内側は一般には外側の“surf zone”よりもずっと混合が小さいといわれる。Schoeberl et al. (1992)は緯度円上においた多数の粒子が南北方向にどれだけ散らばってゆくかを計算した。それから得られた統計量である渦混合率が、極渦内では中緯度より 1 桁かそれ以上小さいことを示した。同様の結果は Bowman (1993)による等温位面上の粒子移流、Norton (1994)によるコンターアドベクションにおいても見られる。ただし北半球においては、大振幅のプラネタリー波のイベントで極渦が大きく変形されるときには極渦内にも強い攪拌が起こることもわかっている(Plumb et al. 1994; Pierce et al. 1994)。これらはある特定の等温位面(450K など)での結果であるが、10hPa より下の成層圏全体で調べても結果は大きくは変わらない。Haynes and Shuckburgh (2000)は Effective Diffusivity と呼ばれる南北方向の混合の指標(Nakamura 1996)を用いて緯度・高度分布を調べている。その結果によれば、混合の強さは南半球真冬の 700K 等温位面より上でいくぶん大きい他は極渦内全体で小さくなっている。中部・下部成層圏全体で見ても、クライマトロロジーとしては南半球の冬の極渦内全体で同じことがいえる(Allen and Nakamura 2001)。

1.3.3 臨界層・よどみ点による解釈

このような極渦内外でのこの混合過程の理解には、プラネタリー波の臨界層(critical layer)の理論が用いられる。南北シアーを持つ東西流の基本場を考えたとき、波の位相速度と基本場の流速が同じ緯度は臨界緯度(critical latitude)と呼ばれる。臨界緯度付近の臨界層では波の振幅が増大し、非線形の効果が起こる。臨界緯度にはよどみ点が存在し、よどみ点をめぐり閉じた流線の捕捉領域は cat's eye と呼ばれる(Stewartson 1978; Warn and Warn 1978; 図 1.7 左)。この捕捉領域では物質はよく攪拌され、混合が起こる。Haynes(1989)は中緯度での混

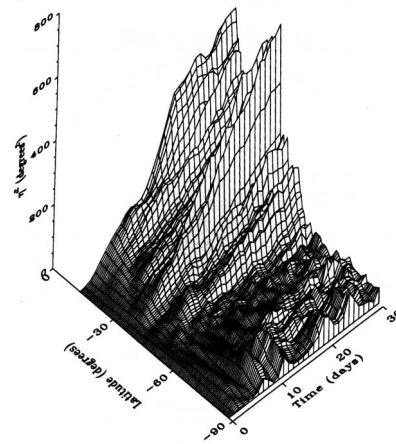
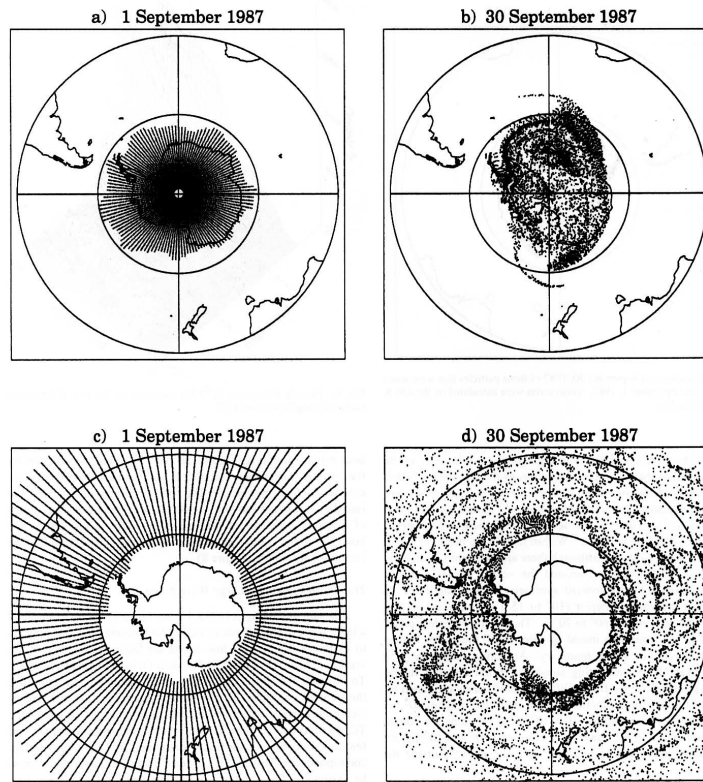


図 1.5: 南半球 450K 等温位面上において、1987 年 9 月 1 日から 30 日間の粒子の移流 (Bowman 1993)。最初に TOMS オゾン全量から決めた極渦の縁の内側 (上) と外側 (中) にあったものを分けてかいている。最下段は各緯度について、緯度円上に置かれた粒子の南北方向の変位を調べその分散の時間変化をかいたもの。

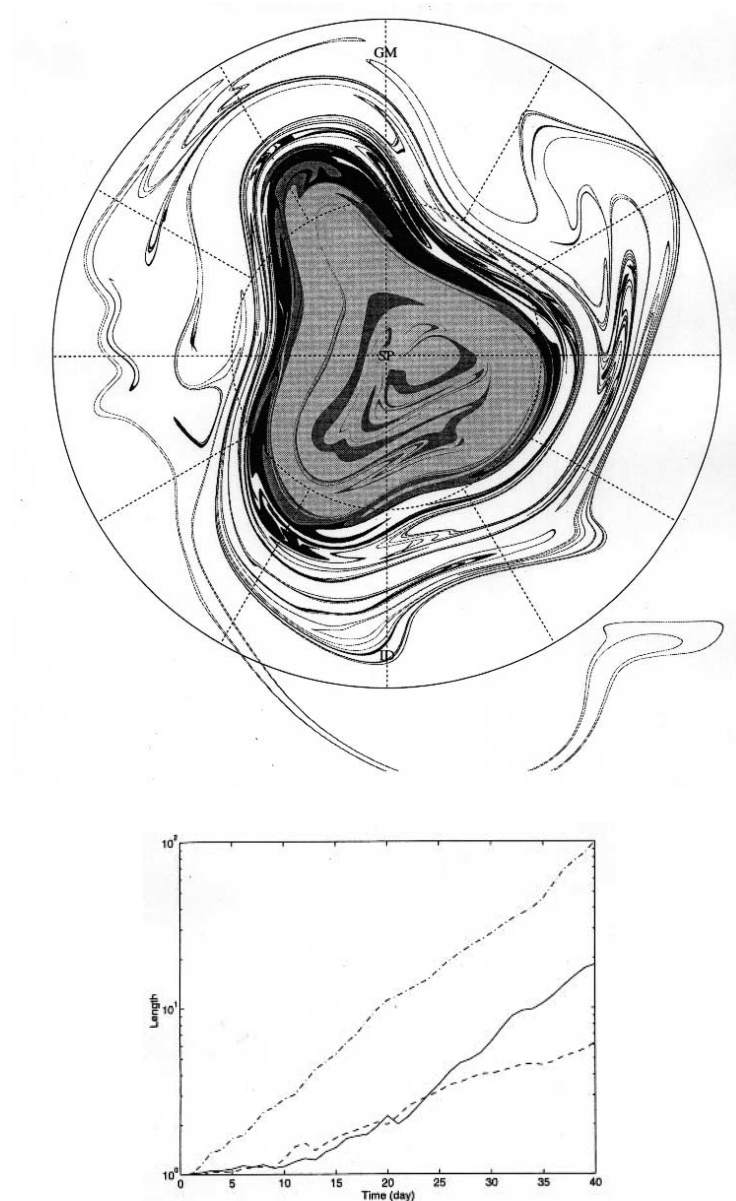


図 1.6: 上は 425K 等温位面上において、1993 年 7 月 21 日の -16PVU、-22PVU、-28PVU の PV の等値線に 3 本の物質コンターを置き ($1\text{PVU}=10^{-6} \text{ Km}^2\text{s}^{-1}\text{kg}^{-1}$)、8 月 31 日まで移流させた結果 (Chen 1994)。-16 と -22 の間を黒く、-22 と -28 の間を暗いグレー、-28 以下を薄いグレーでぬりわけている。中心が南極で、外側の緯度円が 30°S 。下はそれぞれのコンターの長さの時間発展。実線が -28、破線が -22、一点鎖線が -16。

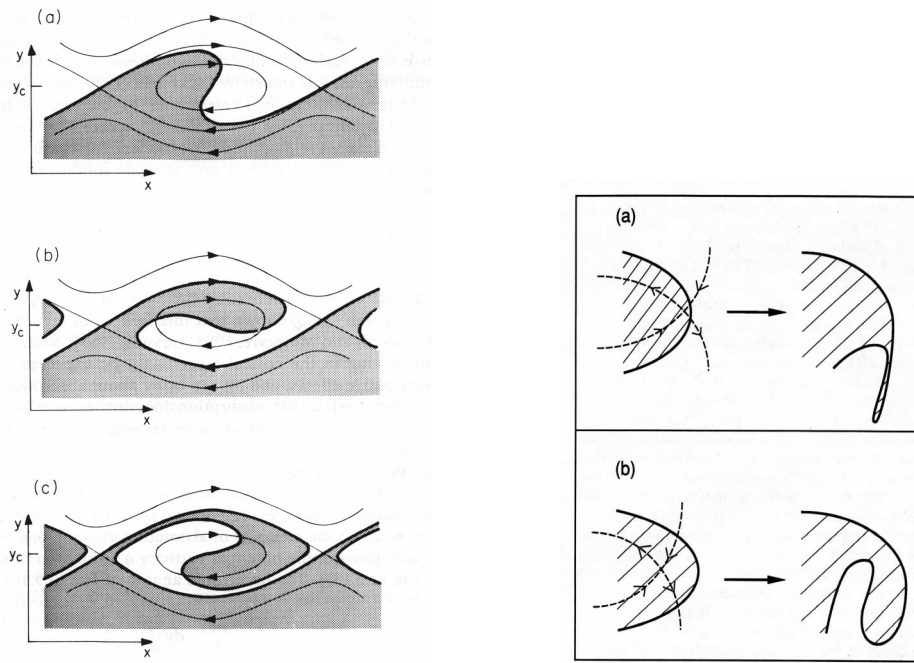


図 1.7: (左) 順圧ロスビー波の臨界層についての解析解 (Andrews et al. 1987)。(a) から (c) に時間発展する。細線は流線で、中央によどみ点と閉じた流線によるレンズ型の cat's eye 構造がつくられている。太線は物質コンターの動きを表したものの。(右) 極渦の縁における碎波の模式図 (Polvani and Plumb 1992)。(a) よどみ点が極渦の縁に近い場合にはフィラメントの構造ができ、(b) よどみ点が極渦内部に入り込んだ場合は極渦内の物質が大きく引き出される。

合過程に関して、このような臨界層の理論と関連づける議論をおこなっている。また Polvani and Plumb(1992) は、コンターダイナミクス (Dritschel 1989) の手法を用いて、極渦の近くによどみ点のまわりで混合が起きることを指摘した。よどみ点が極渦の内側に入ったときに極渦内の空気が舌状あるいはフィラメント状に引き出され、外側の空気と混合される (図 1.7 右)。Bowman(1996) は、客観解析データに東西波数フィルタをかけたものを用いて極渦周辺での移流計算をおこない、それぞれの波の臨界緯度で混合が起きていることを示している。

よどみ点と閉じた流線という構造は、カオスの移流の理論でいえばホモクリニック軌道・ヘテロクリニック軌道にあたる。よどみ点から出てそのよどみ点に戻ってくる軌道がホモクリニック軌道、よどみ点から別のよどみ点へ行く軌道がヘテロクリニック軌道である。この軌道がわずかに時間変動することにより、その付近の流体粒子の軌跡はカオス的なものとなる。このアナロジーを考えれば、カオスの混合の理論を極渦周辺の混合に適用するのが妥当なものだと言える。Ngan and Shepherd(1997) は Haynes(1989) で用いられている臨界層の流

れ場におけるカオスの混合を詳しく調べている。

地球流体へカオスの混合の理論を適用する際の問題点として、“dynamical consistency problem”と呼ばれるものがある (Ngan 1997; Haynes 1999)。周期的な流れ場を与えたときにも流体粒子はラグランジュ的に不規則な運動をするわけだが、するとラグランジュ保存量としての渦度はカオス的なふるまいをすることになる。渦度は流れ場から決まる ($q = \nabla^2 \psi$) ものであるのに、流れ場が周期的でかつ渦度場がカオス的であるということになる。このような運動学的なモデルは力学的につくられた現象と矛盾しないかという問題である。これをふまえば、力学的に矛盾のないモデルを用いてカオスの混合を調べる必要がある。

1.4 本研究の内容

このように、流体の輸送や混合をカオスの移流の立場で見た場合にはごく単純な流れ場からも非常に複雑な構造があらわれるため、単純な流れ場でそれらの構造を調べる理論的研究が行なわれている。これを地球大気で現実におこっている状況に近づける必要がある。しかし現実大気は不規則性が大きく、乱流の成分による混合の影響を受けているため、現実大気で直接カオスの混合を調べることもそのままでは難しい。

本研究では、南半球冬季成層圏極域での水平輸送・混合過程について、これまでの理論的な研究よりも現実の現象を想定しながらも、力学系の理論を適用できる単純さを保った流れ場を用いて調べた。そしてそれをふまえて、現実大気においてその理想化した状況に近いところでの水平輸送・混合過程を調べた。

まず第3章では、成層圏の極渦を球面上の2次元非発散順圧モデルで理想化し、大規模な流れによる渦の周辺の水平方向の混合や輸送障壁の形成について調べた。順圧不安定の条件を満たすような東西風の強制を与えることで、順圧不安定により擾乱が発達し、十分時間が経つと発達する擾乱とジェットを維持しようとする強制とが拮抗した状態に落ち着く。適当な強制を与えれば時間方向に準周期的に変動する解が得られるので、その中での輸送や混合の様子を、とくにカオスの混合に着目して調べた。

時間方向に周期性を持っていることから、1.2節のような力学系の理論を適用することができ、リアプノフ指数、ポアンカレ断面図、相関次元といった手法を用いた解析をおこなった。また東西方向の波成分の臨界緯度との関係も調べた。また準周期解に近いが特定の周期をもたない非周期な流れについても、準周期流との比較しながら解析をおこなった。

ここでは流れ場をあらかじめ与える運動学的なモデルではなく、支配方程式に従った解を用いた力学的なモデルとなっており、力学的に矛盾なく、過去の運動学的な研究より現実大気に近づいたものとなっている。力学的なモデルで準周期解を得て純粋なカオスの混合を再現しているのは他の同種の研究にない特徴である。

この流れの中では、近似的にラグランジュ保存するトレーサーとして扱われるポテンシャル渦度は周期性を持ち、時間・空間的になめらかな変化をするのに対して、流体粒子の軌跡

はカオス領域において周期性を持たず、フィラメント状の微細な構造が多く形成されている様子が見られた。そこで第4章では、ラグランジュ的に見てこの両者がどのように関係づけられているか、とくにポテンシャル渦度の非保存項の作用について考えた。

まず、渦度強制の形を少しずつ変えて、非周期解から周期解まで解の周期性が連続的に変化する状況をつくった。このモデルでは、周期解であっても流れの不安定によって発達する擾乱とジェットを維持しようとする強制とが拮抗した状態にある。周期解すなわち定常波解において、

きれいな周期性を持った流れで、ポテンシャル渦度とラグランジュ的に保存するトレーサーとの差がどのような構造を持っているかを調べた。そしてそのような構造が不規則性を増していったときにどのようなになるかを調べた。

第5章では、現実の成層圏の4次元同化データを用いて等温位面上での移流計算をおこない、そこでの混合過程を調べた。ここではとくに、南半球真冬の上部成層圏に着目した。これは、対流圏から伝播するプラネタリー波の活動が弱いので碎波による極渦の変動が小さく、数日で風の場の様子が大きく変化しないということと、ジェットの順圧不安定によって生じる波動の構造が観測され3章で想定した流れに近いということによる。9年分のデータについてまず流れ場の年々変動について調べ、極渦の内側での混合について、強弱の年による違いや、それと流れ場の変動の強さとの関連性を調べた。

3章の内容は Mizuta and Yoden(2001a) に基づいている。また水田, 余田(2001)では、動画を用いて混合に至る過程をより詳細にとらえたものを示している。4章の内容は Mizuta and Yoden(2002) として現在投稿予定の論文に基づいており、5章の内容は Mizuta and Yoden(2001b) に基づいている。

第2章

モデル・データおよび解析手法

2.1 回転球面上の2次元非発散モデル

Ishioka and Yoden (1995) で用いられたものと同じ、強制散逸を含んだ球面上の2次元非発散流のモデルを用いた。この系は次のような渦度方程式に支配されている:

$$\frac{Dq}{Dt} = -\alpha(q - \bar{q}_0) + \nu(\nabla^2 + \frac{2}{a^2})^p(q - \bar{q}_0), \quad (2.1)$$

ここで q はポテンシャル渦度 (PV; ここでは絶対渦度と同じ) で $q \equiv \nabla^2 \psi + 2\Omega \sin \phi$ で定義される。ただし ψ は流線関数

$$u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \phi}, \quad v = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda}, \quad (2.2)$$

で、 λ は経度、 ϕ は緯度、 ∇^2 は水平ラプラシアン、 a は地球半径、そして Ω は地球回転角速度を表している。右辺第一項は、後に述べる東西一様な強制 $\bar{q}_0$ への緩和項である。東西一様な渦運動への放射強制を模しており、緩和時間 α^{-1} は 10 日とした。右辺第二項は数値不安定を防ぐための微小な粘性項である。PV はおもに外部強制があることにより、ラグランジュ的に保存されているわけではない。

球面調和関数で展開するスペクトルモデルを用いて、全波数 85 で切断した。移流項は東西 $256 \times$ 南北 128 の格子で計算した。時間積分は 4 次のルンゲクッタ法で、時間間隔は 1/80 日とした。粘性項は、第 3 章では Ishioka and Yoden (1995) と同じ $p = 1$ とし、 ν は最大波数での散逸時間が 1 日となる値 ($\nu = 6.43 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) を用いた。また第 4 章では、より粘性の効果を小さくするため $p = 8$ とし、 ν は最大波数での散逸時間が 0.05 日となる値とした。

強制で与える東西一様な基本場のジェットは Hartmann(1983) で用いられたものと同じ表式とした:

$$\bar{u}_0(\phi) = U \cos \phi \cdot \text{sech} \frac{2(\phi - \phi_0)}{B}, \quad (2.3)$$

ここで、 U, ϕ_0, B はジェットを特徴づけるパラメータである。 U はジェットの強さ、 ϕ_0 は位置、 B は幅の指標となっている。そしてそれを

$$\bar{q}_0(\phi) = 2\Omega \sin \phi - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{d(\bar{u}_0 \cos \phi)}{d\phi}, \quad (2.4)$$

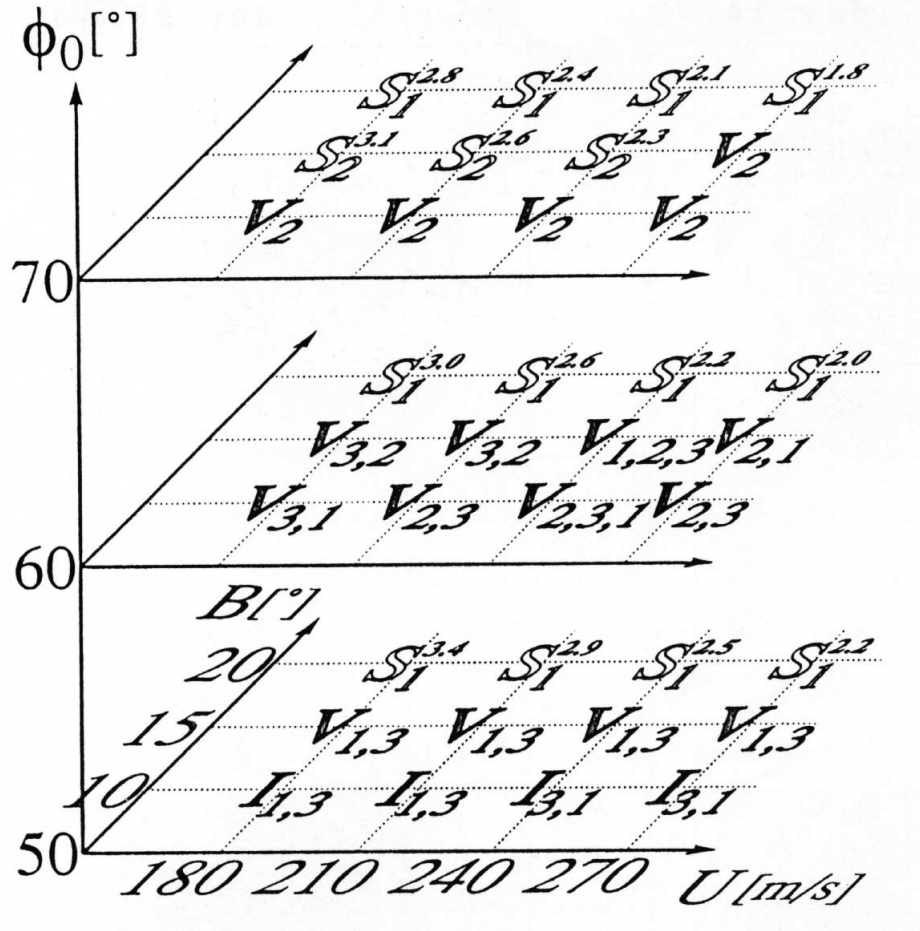


図 2.1: 強制のパラメータ U, ϕ_0, B を変えたときの解の形態の分類 (Ishioka and Yoden 1995)。S は周期流、V は準周期流、I は非周期流を表す。下の添字は最も強い水平波数、上の添字は周期を示している。

の関係を用いて $\bar{q}_0(\phi)$ に変換し、(2.1) 式の右辺に代入している。Ishioka and Yoden (1995) は、長時間の積分の後にはその 3 つのパラメータの値に応じて周期流、準周期流、非周期流の 3 種類の解が得られることを示した。図 2.1 は、3 次元のパラメータ空間で解の形態を分類したものである。

時間積分は、東西方向に対称な $\bar{u}_0$ に微小擾乱を加えた初期値から始めた。 $\bar{u}_0$ が順圧不安定ならば擾乱は発達し、十分時間が経つと発達する擾乱とジェットを維持しようとする強制とが拮抗した状態に落ち着く。言い換えれば、解は位相空間でのアトラクタに漸近し、周期解のときにはそれがリミットサイクル、準周期解のときにはトーラス、非周期解のときにはストレンジアトラクタとなっている。ここでは初期値の影響を避けるために、1000 日後からの流れを調べた。示されている図の日付はすべて 1000 日後から数え直したものである。

流れ場の時間積分と同時に、流体粒子の軌跡の計算をおこなった。渦度場のスペクトル係数 $q_n^m(t)$ ($0 \leq |m| \leq n, n = 1, 2, \dots, 85$) と粒子の位置 $(\lambda_i(t), \phi_i(t))$ ($i = 1, 2, \dots, I$) を 1 組の変数としてルンゲクッタルーチンに入れて計算した。 i 番目の粒子の位置は経度 λ_i と緯度 ϕ_i を用いて

$$\frac{D\lambda_i}{Dt} = \frac{u(\lambda_i, \phi_i, t)}{a \cos \phi_i} = \left[-\frac{1}{a^2 \cos \phi} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right]_{\lambda=\lambda_i, \phi=\phi_i}, \quad (2.5)$$

$$\frac{D\phi_i}{Dt} = \frac{v(\lambda_i, \phi_i, t)}{a} = \left[\frac{1}{a^2 \cos \phi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\lambda_i, \phi=\phi_i}, \quad (2.6)$$

で計算する。 ψ は、ルンゲクッタルーチン内のそれぞれのステップでの q から求めることができる。

2.2 UKMO4 次元同化データ

第 5 章では、UKMO(英国気象局) の 4 次元同化データ (Swinbank and O'Neill 1994) を用いて、冬季の中上部成層圏での移流実験をおこなった。UKMO データは $3.75^\circ \times 2.5^\circ$ の経度・緯度グリッド上に、高さ方向には 1000-0.3 hPa の範囲で 22 の等圧面上に提供されている。Manney et al.(1998) はこのデータを用いた輸送計算と衛星観測で得られた水蒸気やメタンのデータを比較し、上部成層圏においてこのデータでの輸送計算が一般的に信頼できるものであることを示している。

移流計算には、水平風のデータを等温位面上に内挿し、さらに 1 日 1 回のデータを時間方向に補間したものをを用いた。水平方向にはいったん球面調和関数で展開し、それを逆変換することによって任意の点での風速を求めた。手順としてはまず、水平風のグリッドデータから渦度 ζ 、発散 D のグリッドデータを求める。

$$\zeta = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u \cos \phi}{\partial \phi}, \quad (2.7)$$

$$D = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial v \cos \phi}{\partial \phi}. \quad (2.8)$$

それを球面調和関数に展開したものから、流線関数 ψ 、速度ポテンシャル Φ を求める。

$$\zeta = \nabla^2 \psi, \quad D = \nabla^2 \Phi. \quad (2.9)$$

球面調和関数の展開係数のインバージョンは容易 ($A = -\frac{1}{n(n+1)} \nabla^2 A$, n は全波数) である。これから任意の点での u と v が求まる。

$$u(\lambda_i, \phi_i, t) = \left[\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right]_{\lambda=\lambda_i, \phi=\phi_i}, \quad (2.10)$$

$$v(\lambda_i, \phi_i, t) = \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\lambda_i, \phi=\phi_i}. \quad (2.11)$$

2.3 解析手法

2.3.1 有限時間リアプノフ指数

リアプノフ指数は、ごく近傍にあった2つの軌跡間の距離についての、指数関数的な増加率を表すものである。2つの軌道を $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}(t)$ とする。時間 τ 経過後の距離の増大は、ずれの向きによって変化するが、そのうちいずれが最大のものをとって

$$\sigma_1(\mathbf{x}(t_0), \tau) = \max \frac{|\delta\mathbf{x}(t_0 + \tau)|}{|\delta\mathbf{x}(t_0)|}, \quad (2.12)$$

とすれば、最大のリアプノフ指数は

$$\lambda_1(\mathbf{x}(t_0)) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \log \sigma_1, \quad (2.13)$$

で表される。最大のリアプノフ指数が大きいほど軌道は不安定であり、指数が大きいほど強く混合されていることになる。

リアプノフ指数は本来無限時間で定義されるが、有限時間リアプノフ指数はある評価時間 τ を定め、その評価時間での指数を求めたものである。1.2 節のカオス的混合の理論によれば、リアプノフ指数は1つのカオス領域の中ではほとんどすべての軌道に共通な、ただ1つの正の値となる。これは、軌道のエルゴード性により、長時間平均が全体の集団平均と一致するためである。しかし有限時間リアプノフ指数は1つの値に定まらず、初期位置 $\mathbf{x}$ と評価時間 τ に依存する値になる。指数の空間分布を調べることにより、混合の局所的な量的指標が得られる。

指数の計算には特異ベクトル法を用いた (Shimada and Nagashima 1979; Goldhirsch et al. 1987; Geist et al. 1990; Appendix A 参照)。1つの点 $\mathbf{x}$ からの微小なずれ $\delta\mathbf{x}$ を2方向に、互いに正規直交になるように作り、ある評価時間 τ だけ時間発展を計算した。それにより以下の式を満たす 2×2 行列 M を求めた;

$$\delta\mathbf{x}(t_0 + \tau) = M(\mathbf{x}(t_0), \tau) \delta\mathbf{x}(t_0). \quad (2.14)$$

最大の有限時間リアプノフ指数 λ_1 は、 M の特異値 σ_1 と σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2 > 0$) を用いて

$$\lambda_1(\mathbf{x}(t_0), \tau) = \frac{1}{\tau} \log \sigma_1, \quad (2.15)$$

で与えられる。

ずれの増幅に伴う非線形効果を取り除くために、 $|\delta\mathbf{x}|$ が初期の10倍を超えたときにはそれを1/10に縮め、つづけて計算をおこなった。計算の最後に縮めたファクターをかけ直してもとに戻している。これをプルバック法という (Lichtenberg and Lieberman 1992)。

2.3.2 コンターアドベクション

コンターアドベクションは仮想的な物質コンター (輪郭線) の移流を計算するものである。コンターアドベクションの計算方法は、過去のいずれの研究においても Dritschel(1989) のコンターダイナミクス of the calculation methodにもとづき、その一部分を用いたものとなっている。コンターダイナミクスとは、渦度場の等値線の位置情報から速度場を計算し、それを用いてその等値線の位置の時間発展を計算するというものである。そのうち速度場から等値線コンターの位置の時間発展の計算に Dritschel(1989) の方法を用いる。

物質コンターは「ノード」と呼ばれる点の集合として離散的に表現される。物質コンターの移流はノードの動きを追うことによって計算されるが、コンターが適切に表現できるよう、積分の途中でノードの再配置・追加、あるいはコンターの切り離し、接合がおこなわれる。この手法は CAS(contour advection with surgery) と呼ばれる。

ノード間の距離は時間とともに変化する。ノード間の距離が大きくなりすぎたり、局所的に微細な構造が形成されたりするとその間の構造が表現できなくなるため、計算途中で一定時間ごとにノードを適切に再配置する必要がある。ノードは、微細な構造を持ったところに重点的に配置することで誤差を少なくする。コンターの局所的な曲率を求め、ノードの線密度が曲率の一次関数で曲率が大きいほど線密度が大きくなるように配置する。

コンターが複数のかたまりにちぎれようとした場合に1つの閉じたコンターを2つの閉じたコンターに分離したり、逆に2つのコンターを結合させ1つの閉じたコンターにするというような手法が用いられることもある。この操作が“surgery”と呼ばれるが、本研究ではこの手法は用いていない。

2.3.3 ポアンカレ断面図

周期 T で周期的に時間変動する2次元非発散の流れ場 $\psi(x, y, t)$ を考える。流れ場は (x, y, t) の3次元位相空間で表現されるが、周期性を考慮すると図2.2のようになる(図では (x, z, t) 平面)。この空間の xy 断面がポアンカレ断面図となる。

この流れ場の中で流体粒子が固定点上に存在したり、周期軌道をとっていれば、ポアンカレ断面図上では点で表される。多重周期軌道であれば、相空間内ではトーラス上を動くことになり、そのときポアンカレ断面図では楕円の形になる。一方で不規則な軌道であれば、ポアンカレ断面図上ではランダムな点の集合となる。ポアンカレ断面図は2次元非発散の周期流でなければ用いることができないが、規則的な軌道を持つ領域(トーラス)と不規則な軌道を持つ領域(カオス領域)を厳密に区分することができる。

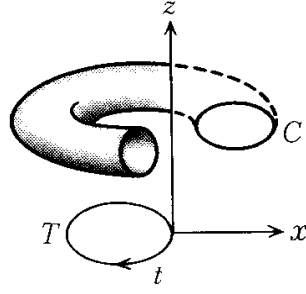


図 2.2: 3 次元相空間 (x, z, t) の概念図 (森, 1994, p137)。時間 t の軸は、基本周期 T の長さで、 $t = \pm T, \pm 2T, \dots$ で $t = 0$ に戻る。この相空間におけるトーラスを xz 断面で切ると、切り口 C のように楕円になる。

2.3.4 相関次元

相関次元は Grassberger and Procaccia (1983) によって提案された量で、多数の点群の分布に対するフラクタル次元を与える。 N 個の点群について、2 点間の距離をすべての組み合わせにわたって調べる。その $N(N-1)/2$ 通りの距離について、累積度数分布を求める。距離が r 以下になる組み合わせの数を $H(r)$ とすると、相関次元は $d \log H(r) / d \log r$ として定義される。

相関次元は、その点群の広がり次元と解釈できる。2 次元流では、粒子が線状に分布した場合には値は 1 であるが、よく混合され面状に分布した場合は 2 となる。これにより混合 (すなわち分布の 2 次元化) がどの程度、どのスケールで起こっているかという情報が得られる。

2.3.5 パッシブトレーサー

領域全体での物質の輸送・混合を調べるために、仮想的なトレーサーの移流の計算もおこなっている。初期値として仮想的なスカラー量 χ の分布を与え、以下の式に従って移流させる；

$$\frac{D\chi}{Dt} = \nu \nabla^{2p} \chi. \quad (2.16)$$

初期値には PV の値や、緯度そのものの値といったものを与えることが多い。時間発展は PV と同じスペクトルモデルで計算する。右辺は微小な粘性項で、本研究では ν および p は PV と同じ値を用いた。この項は切断波数に近い高波数領域でのみはたらくので、それより小さい波数領域では χ はラグランジュ的に保存する量であると考えられる。

(2.5)(2.6) 式を用いて個々の粒子の移流を計算するよりもずっと計算量が少なく簡便な方法であるが、高波数領域で粘性がかけられるので、最大波数付近の細かい構造では誤差が生じる。

第3章

理想化した極渦におけるカオスの混合と輸送障壁

本章では、成層圏の極渦を2次元非発散順圧モデルの準周期解に理想化し、渦の周辺の水平方向の混合を調べた。時間方向に周期性を持っていることから、力学系の理論研究で用いられるものと同じ方法を用いることが可能である。しかも支配方程式に従った解を用いており、力学的に矛盾なく、過去の運動学的な研究より現実大気に近づいたものとなっている。そして準周期解に近いがより現実に近い、特定の周期をもたない非周期な流れもつくり、準周期流との比較もおこなった。

2次元非発散順圧モデル(2.1)に東西一様なジェット(2.3)を強制として加えたものを用いた。ここでは、2組のパラメータ $(U, \phi_0, B) = (180 \text{ m s}^{-1}, 50^\circ, 15^\circ)$ と $(180 \text{ m s}^{-1}, 50^\circ, 10^\circ)$ を用いた。これら2つは互いに近接したパラメータだが、図2.1にあるように、解は前者が準周期解、後者が非周期解となり別のレジームに分類される。この2つの解での様子を対比的に調べる。また議論の節で別のパラメータを用いた結果も調べている。

3.1 準周期解と非周期解の流れ場

図3.1は東西平均した東西風 $\bar{u}$ とポテンシャル渦度(PV) $\bar{q}$ についての緯度分布を準周期解と非周期解について示したものである。点線は $\bar{u}_0, \bar{q}_0$ すなわち基本場の強制的緯度プロファイルである。これらのパラメータでは $\phi=50^\circ$ 付近にジェットの中心があり、その付近で $\bar{q}_0$ の南北勾配が大きい。ここが極渦の縁にあたる。 $\bar{q}_0$ の南北勾配はジェットの両側の $\phi=35^\circ$ と 60° 付近で負になっているので、この基本場は順圧不安定の必要条件を満たしている。すなわち基本場の強制は、常にジェットを不安定化させようとする傾向を持っている。これに対して出現する流れは、強制よりもやや弱く幅広いジェットとなっている。ジェットの赤道側には $\bar{q}$ の負の勾配は存在せず、 $\phi=25^\circ$ から 45° でほぼ一定になっている。一方、極側では負の勾配は弱められてはいるが残っている。

図3.2は、 $(\lambda, \phi)=(0^\circ, 50^\circ)$ でのPVの時系列をとり、そのパワースペクトル密度をとったものである。準周期解(a)では、 $f_1=0.290 \text{ day}^{-1}$, $f_3=0.241 \text{ day}^{-1}$ という2つの周波数とその線形結合の周波数 $mf_1 \pm nf_3$ (m, n は整数)のみが含まれる。2つの周波数は互いに非通約であることからこの解は準周期的であるといえる。ここで、 f_1 と f_3 はそれぞれ波数1と3のブ

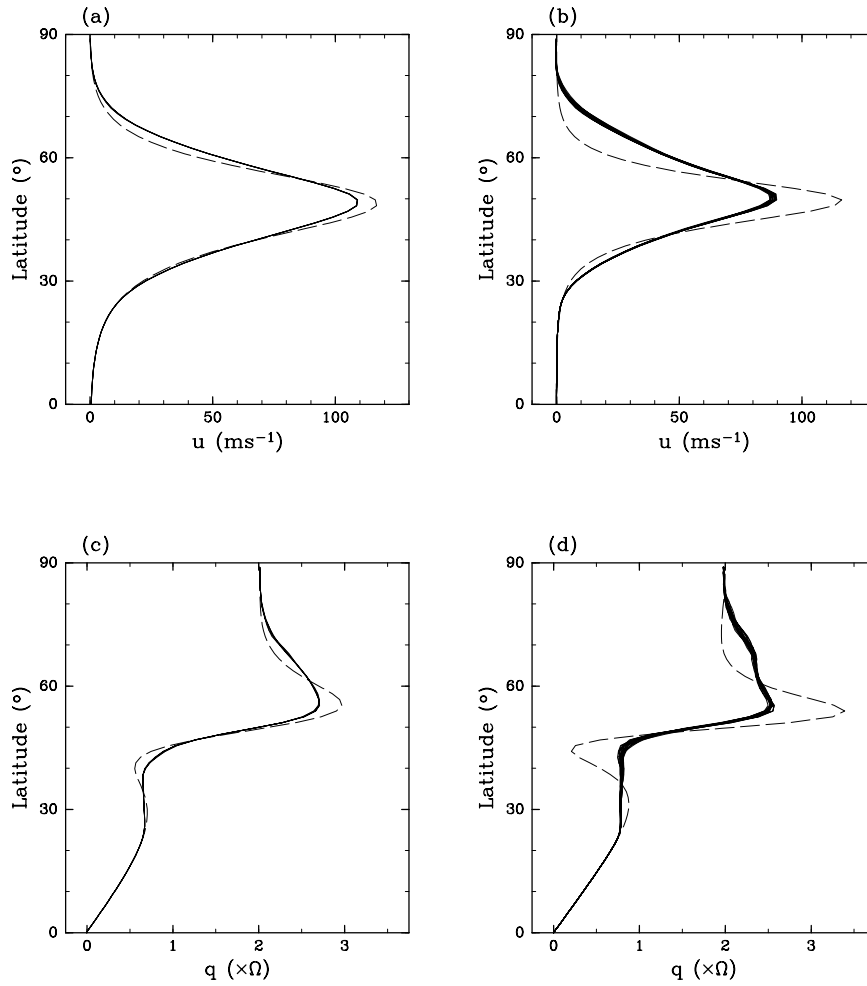


図 3.1: 東西平均した東西風 $\bar{u}(\phi)$ と PV $\bar{q}(\phi)$ についての緯度分布。(a,c)は準周期解について、変動の 1/5 周期ごとの分布を重ね合わせたもので、(b,d)は非周期解について、1 日ごとの分布を 20 日分重ね合わせたもの。点線は強制として加えている $\pi_0(\phi)$ および $\bar{q}_0(\phi)$ の緯度分布を表している。

ラネタリー波の周波数に対応している。それに対して非周期解 (b) では、4 日や 8 日程度といった卓越する周波数がいくつかあるもののノイズレベルが上昇しており、非周期解となっていることがわかる。

準周期解で、緯度 50 度上での擾乱成分について経度・時間断面図 (ホフメラーダイアグラム) をとったものが図 3.3(a) である。波数 1 と波数 3 の擾乱が支配的であることがわかる。その波数 1 と波数 3 の成分のみをそれぞれ取り出したものが (b) および (c) である。波数 1 の位相速度は $c_1 = 2\pi f_1$ 、波数 3 の位相速度は $c_3 = 2\pi f_3/3$ になっている。2 つの波の振幅はほぼ同

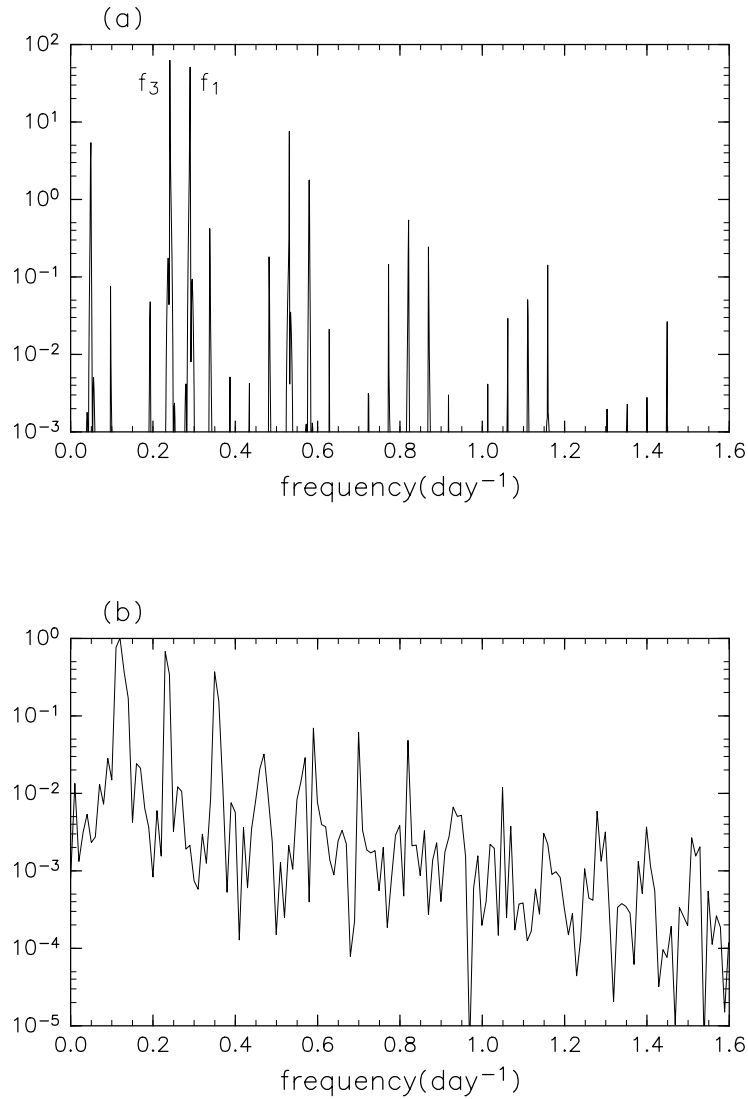


図 3.2: 1 点 $(\lambda, \phi)=(0^\circ, 50^\circ)$ における PV の時系列についてパワースペクトル密度をとったもの。(a) が準周期解について、(b) が非周期解についてのもの。

程度であり、他の波数はこれらの波よりもずっと小さい。またこれらの波の振幅は、東西平均の東西風との相互作用により 1.59 日周期で変動している。準周期解の流れ場は基本的には平均流とこの 2 つの波との重ねあわせで構成されている。

図 3.4 は、波数 1 の平均角速度で回転する系で見た PV の場の時間発展を描いたもので、回転の周期は $1/f_1=3.45$ 日である。 $\phi=50^\circ$ 付近に強い水平方向の勾配がある。そこが極渦の縁にあたり、ジェット最大の位置にもなっている。PV は極渦の外ではほぼ一定で、図 3.1(c) に

見られる緯度平均 $\bar{q}$ に近い値になっている。この回転系では、波数 3 は $c'_3 = c_3 - c_1$ で西向きに伝播する。これはたとえば、もっとも内側の三角の形をした等値線を見るとわかる。よって、同じ PV の場が $2\pi/(3|c'_3|) = 1.59$ 日おきにあらわれる (図 3.4a,d)。準周期性は、波数 1 の周期での渦の回転 (3.45 日) とその形の 1.59 日周期での周期変動の重ねあわせであると解釈することもできる。また、非周期解においても、極渦は周期約 4 日で回転しており、PV の場では、準周期解では見られないプラネタリー波の間欠的な碎波が見られる。

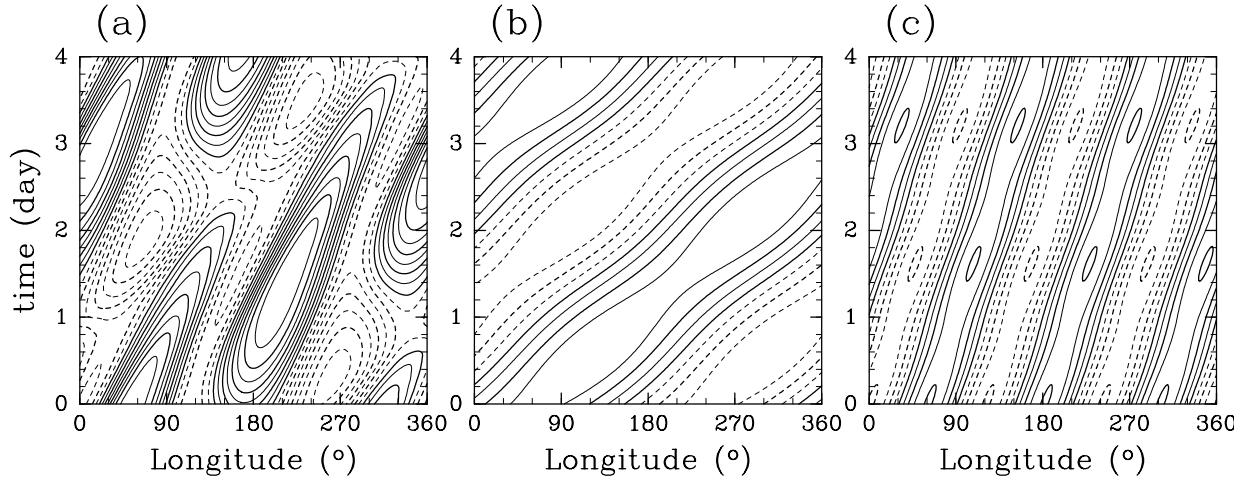


図 3.3: 準周期解について、 $\phi = 50^\circ$ における PV の擾乱成分についての経度・時間断面図 (ホフメラーダイアグラム)。(a) はすべての成分を含んだもの、(b) は波数 1 成分のみを取り出したもの、(c) は波数 3 成分のみを取り出したもの。

3.2 混合過程と輸送障壁

3.2.1 有限時間リアプノフ指数

混合の局所的な量的指標として有限時間リアプノフ指数を計算した。図 3.5 は有限時間リアプノフ指数 λ_1 の空間分布である。準周期解 (a,b) と非周期解 (c,d) について、評価時間を 2 日にしたもの、90 日にしたものを示している。色の濃い方が指数が高い。 20° より極側の $2^\circ \times 2^\circ$ の格子点で、微小距離 $\delta \mathbf{x}$ には緯度方向と経度方向に 10^{-6}rad として計算した。

$\tau = 2$ 日 (a,c) では、極渦の縁に対応するリング状の領域で値が低くなっており、その両側で値が高くなっている。両側を比較すると赤道側のほうが極側よりも高い。これらの場所は、風の南北シアーによる変形の効果をうけている場所である。評価時間が短いので、この段階

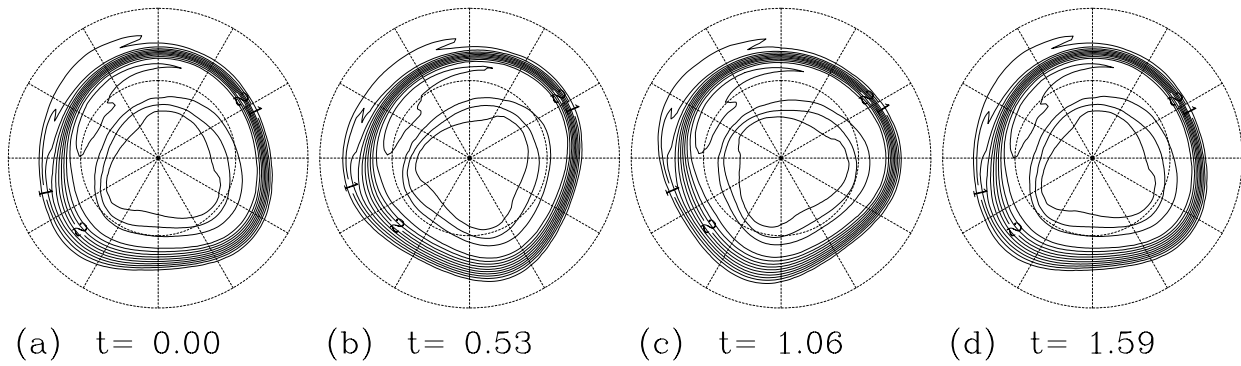


図 3.4: 準周期解について、PV の場の様子を変動の 1/3 周期ごとに描いたもの。波数 1 の平均角速度で回転する系で見ている。単位は Ω 。ランベルト正積方位図法で、点線は 30° と 60° の緯度線。

ではカオス的な効果ははっきりとは見られない。評価時間を $\tau=90$ と長くした場合、非周期解 (d) ではリング状の値の低い領域はより見えにくくなるが、準周期解 (b) ではその評価時間でもよく認識することができる。渦の内側の値は外側よりも小さくなっており、これは過去の研究でも指摘されていることである (e.g. Bowman 1993; Bowman and Chen 1994)。 25° より低緯度側では、PV が緯度方向に正の勾配を持っているため、指数の値は非常に小さくなっている。一方、値の高い場所では格子点ごとに値が大きく異なっている。これは、時間が経つとラグランジュ的なふるまいが初期位置に強く依存するので 2 点間の距離の成長も初期位置に強く依存するためと考えられる。

極渦の内側ではどちらの解でも大きな非一様性が見られる。角の丸い大きな三角形の領域があり、値が非常に低くなっている。この領域は $\tau=90$ 日でも両方の解で判別できる。それに加えて、極渦の縁と考えられる位置とその三角形の領域との間に、値の低い三日月型の領域が見られる。これはとくに準周期解でははっきりと見ることができる。

有限時間リアプノフ指数の確率密度関数を用いた量的な議論については、追加の実験結果とともに議論の節で触れる。

3.2.2 粒子移流計算

図 3.1, 3.3 で見たように、これら 2 つの解では東西平均した流れ場の緯度構造は大きく違わないが、時間方向の周期性が異なる。準周期解では 2 つの非通約な振動数成分とそれらの線形結合だけをもったものであるのに対し、非周期解ではそのような完全な周期性をもっていない。粒子を移流させる計算により、この 2 つの解の中での流体の動きを実際に見てみることにする。極渦の外側、内側それぞれにおいて評価時間 $\tau=2$ 日での有限時間リアプノフ指数が最大になる場所を選ぶ。初期時刻 $t=0$ 日に、その点を中心とする半径 0.05rad の円内に

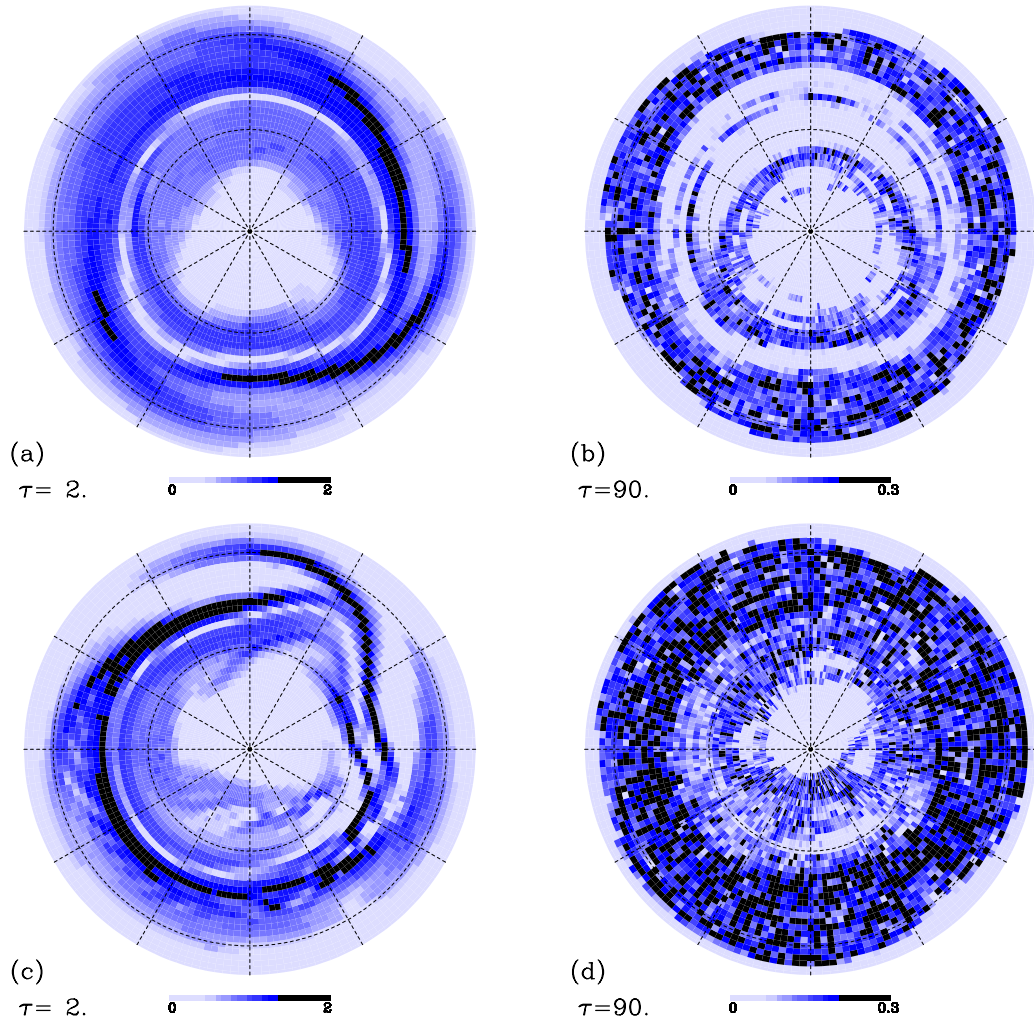


図 3.5: 最大有限時間リアプノフ指数の空間分布。格子点間隔は $2^\circ \times 2^\circ$ で、 $\phi \geq 20^\circ$ の領域を描いている。(a,b)が準周期解について、(c,d)が非周期解について。評価時間を2日(左)、および90日(右)にした結果を示している。

10^4 個の粒子を置き、それらの90日間の軌跡を計算した。粒子は円内にランダムに分布するようにした。

図 3.6, 3.7 は準周期解の場合の結果である。渦の外側の粒子(図 3.6)は90日間で非常によく混合される。最初に南北シアーによって東西方向に大きく引き伸ばされ、細い線状になって極渦を何重にも取り囲む(b)。同時にいくつかの場所で折り曲げを受け、何重にも折りたたまれる(c)。この引き伸ばし・折りたたみを繰り返すことにより、層状の構造が形成される(d)。そして $\phi=25^\circ$ から 45° の間でよく混合される(e-f)。このような過程はカオス的混合の典

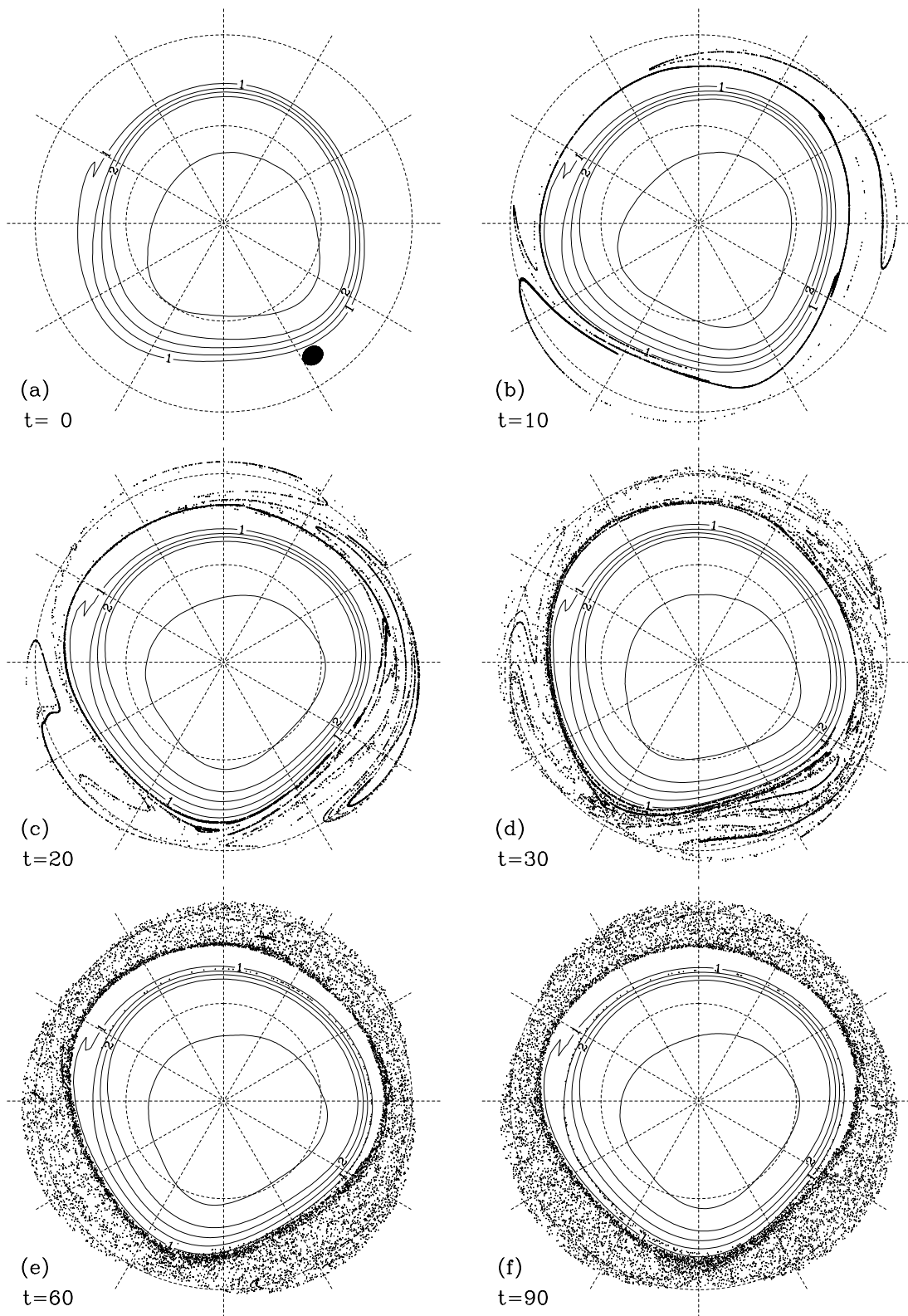


図 3.6: 準周期解について、極渦の外側においた多数の粒子の移流の様子。 10^4 個の粒子を、半径 0.05rad の円内にランダムに配置した。コンターは PV の場。

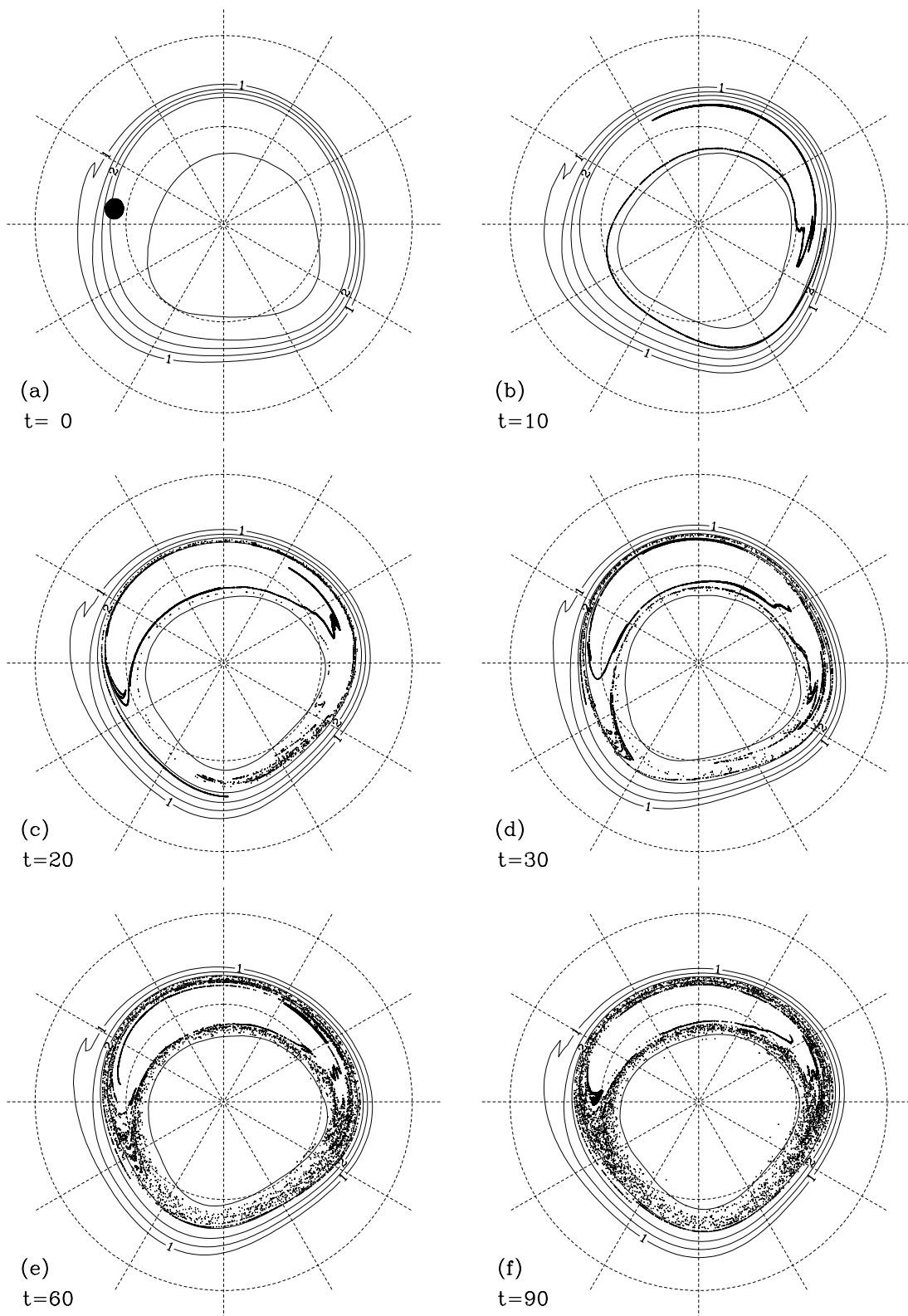


図 3.7: 図 3.6 と同じだが、極渦の内側に置いたもの。

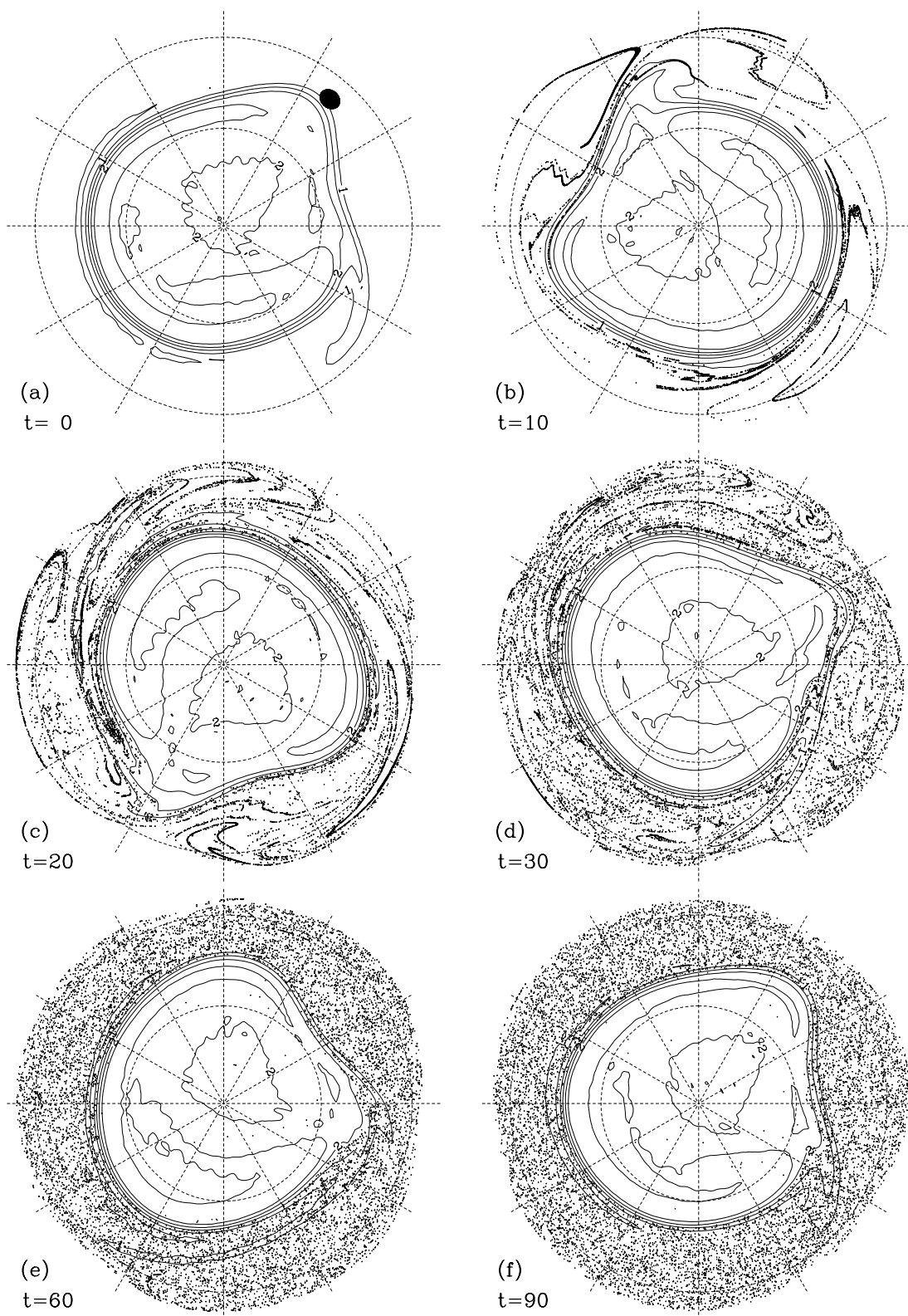


図 3.8: 図 3.6 と同じだが、非周期解について、極渦の外側に置いたもの。

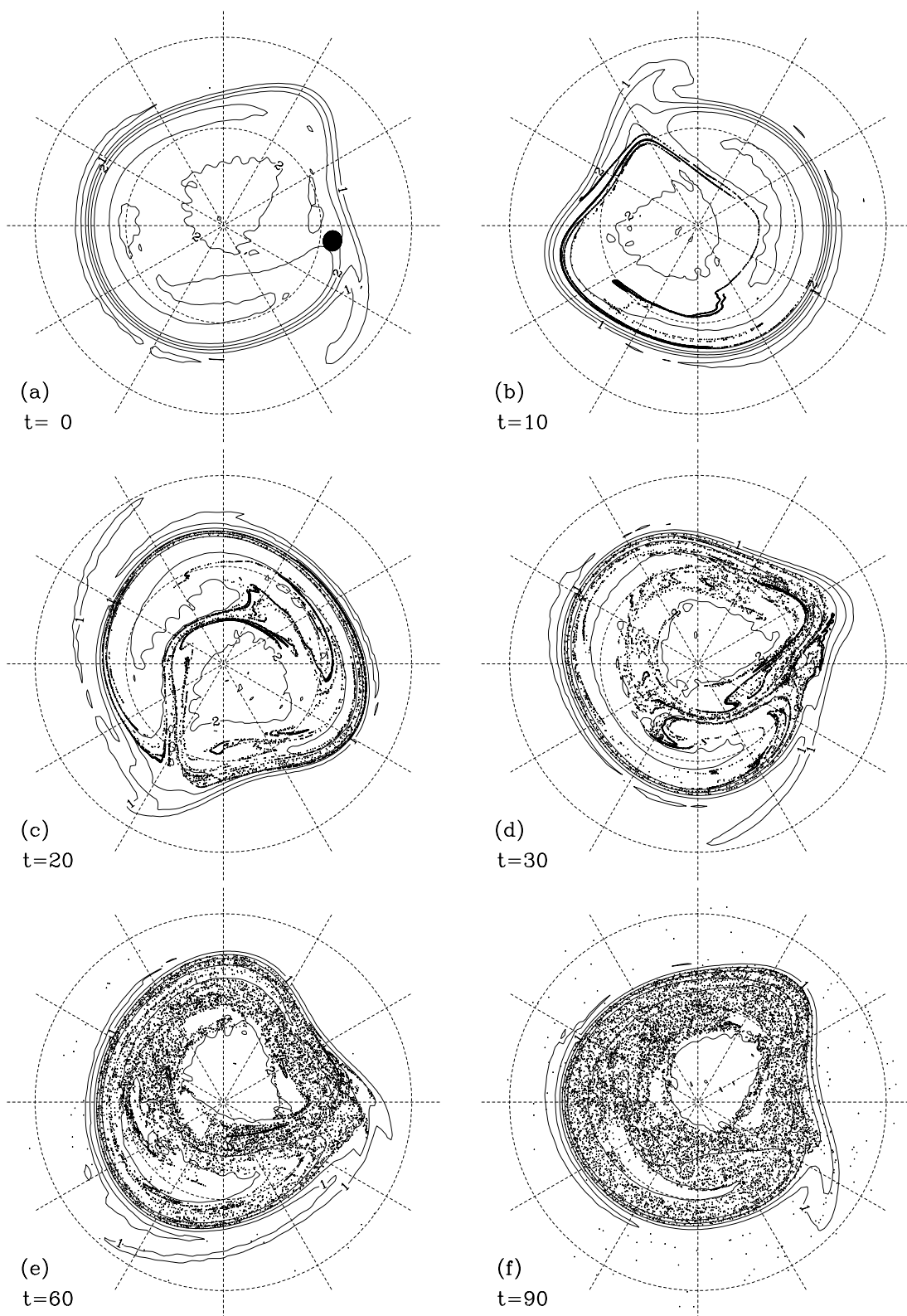


図 3.9: 図 3.6 と同じだが、非周期解について、極渦の内側に置いたもの。

型例である。よくかき混ぜられる領域は、図 3.1(c) でわかるように PV が一定の緯度とほぼ一致している。そのカオス混合領域の両側の境界にはそれぞれ輸送障壁が存在するが、極側の境界は約 45° にあり、PV の南北勾配が最大になるところとして定義した極渦の縁とはずれている。そのずれは最大 10° 程度である。この障壁は完全なものではなく、少数 ($\sim 10^2$) の粒子が極渦の縁付近まで到達する。

図 3.7 に見られるように、極渦の内側でも同じように、引き伸ばし・折りたたみの繰り返しにより混合がおこっている。しかし渦の内側全体に広がるわけではない。 $t=90$ 日 (f) でも空の領域が 2 つある。これらの領域の形は λ_1 が低い場所の形と一致している。過去の研究でもいわれているように、極渦の縁は輸送障壁としてはたらし、準周期解では内側と外側で粒子の交換は見られない。

図 3.8, 3.9 は非周期解の場合の結果である。渦の両側で、準周期解の場合とよく似た引き伸ばし・折りたたみの過程が見られる。正のリアプノフ指数と合わせて、大きいスケールの混合過程ではカオス的混合が支配的であるといえる。渦の外側 (図 3.8) では、図 3.6 の準周期解の場合に比べてより広い領域に、より均一に混合されている。これは図 3.5(d) のリアプノフ指数の結果とも矛盾しない。図 3.6 で見られたような輸送障壁と渦の縁とのずれは消えており、障壁はちょうど渦の縁の場所にある。しかし 90 日たっても、極渦の中心に粒子の入らない領域が、準周期解の場合より小さいながらも残ることがわかる。三角形や三日月型の領域に加えて、その三角形の領域を取り囲むように 3 つの小さな島状の構造も見える。またプラネタリー波の碎波にともなわずかな量の粒子が極渦の外側にもれるが、極渦内外の交換にはつながっていない。

3.2.3 相関次元

粒子の散らばりや混合の時間発展を量的に診断するため、前節で得られた時々刻々の粒子の分布に関する相関関数の計算をおこなった。 10^4 個の粒子に関するすべての組み合わせについて 2 粒子間の距離を計算し、相関関数と相関次元を求めた。ただしここでは球面上の分布なので距離 r の代わりに角距離 φ を用いている。

図 3.10 は、図 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 での粒子の分布に対して、 φ の関数として相関次元の時間発展を示したものである。最初に円内に粒子をランダムに置いたので、 $t=0$ 日では小さい φ に関しては次元は 2 になっている。準周期解の極渦の外側 (a) を見ると、初期の引き伸ばしの効果により 30 日で次元は 1 に近くなる。その後、次元は 1 から 2 に増えるので、分布が 2 次元的に近づいてゆくといえる。次元の増大は大きいスケールから起き、小さいスケールへ伝わってゆく。すなわち巨視的に見た混合が微視的に見た混合より先に起こることになる。混合領域の南北幅にあたる $\varphi < 0.2$ のスケールでの相関次元は、 $t=90$ 日で見積もると、約 1.8 となっている。このような時間発展は典型的なカオス的混合によるものであり、小さなスケールから 2 次元化する拡散や乱流混合とは反対の性質を持っている。そしてこれは Pierrehumbert (1991a,b) の運動学的なモデルでの結果と一致している。一方極渦の内側 (b)

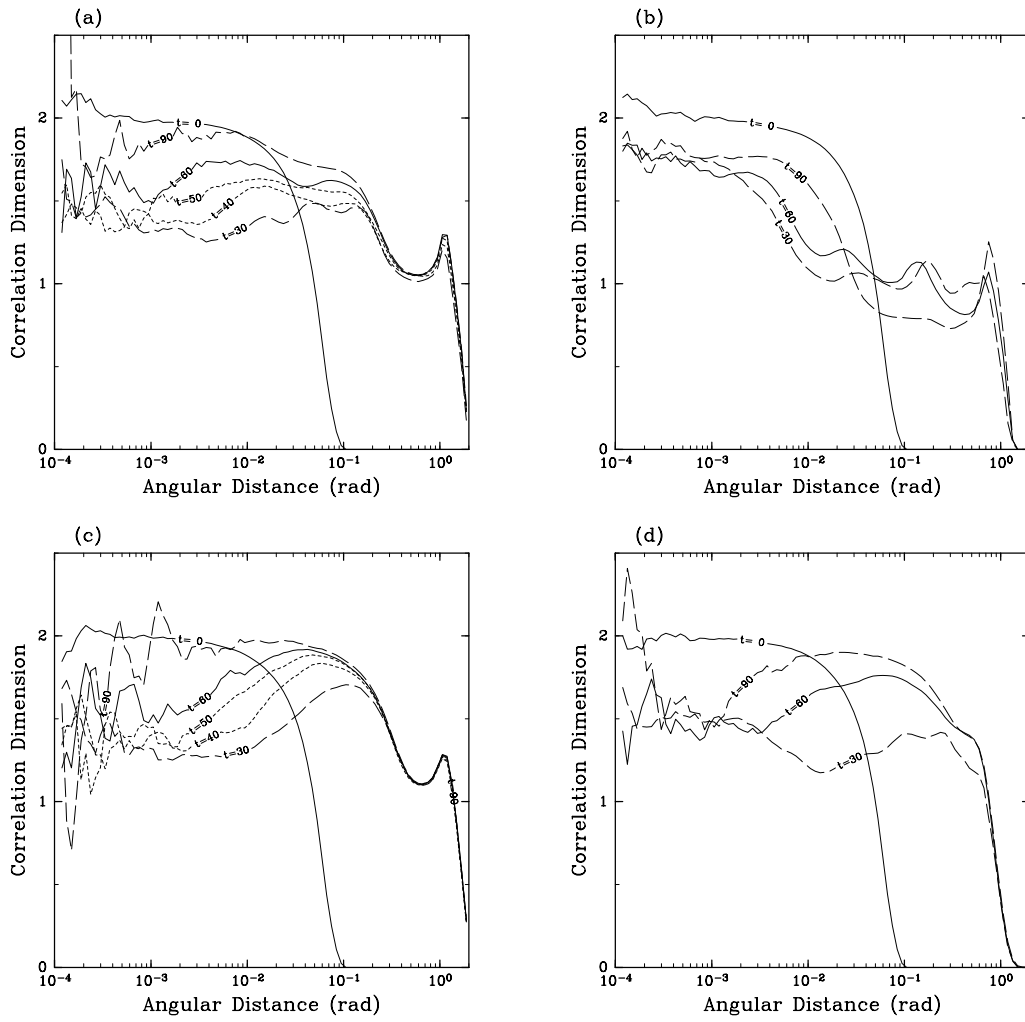


図 3.10: 図 3.6,3.7,3.8,3.9での粒子の分布に対して、 φ の関数として相関関数の時間発展を示したもの。線の傾きが相関次元を表している。(a) 準周期解の極渦の外側、(b) 準周期解の内側、(c) 非周期解の外側、(d) 非周期解の内側、のもの。

ではそのような特徴は得られない。大きなスケールでは 90 日後に相関次元が約 1 になるが、 $\varphi < 10^{-3}$ の小さなスケールでは次元はほとんど変化しない。これは粒子が入りこまない 2 つの領域が広い面積を占め、混合領域が小さくなっているためと考えられる。

図 3.10(c,d) に示されている非周期解での相関次元の時間発展は、外側と内側とで大きな違いが見られない。30 日程度で 1 次元に近くなり、その後大きいスケールで混合が起きている。90 日後でも $\varphi < 10^{-3}$ での次元は 1.5 だが、この非周期解では準周期解よりもカオス的混合の特徴がはっきり見える。

3.2.4 ポアンカレ断面図

図 3.4に見られたように、準周期解においては波数 1 とともに回転する系では渦の形の周期変動のみが見られる。この渦とともに回転する座標系において、ポアンカレ断面図をつくることができる。数点の粒子の軌跡を長時間にわたって計算し、渦の形の周期変動の 1 周期ごとでの位置を 1 つの図に重ねあわせてゆく。

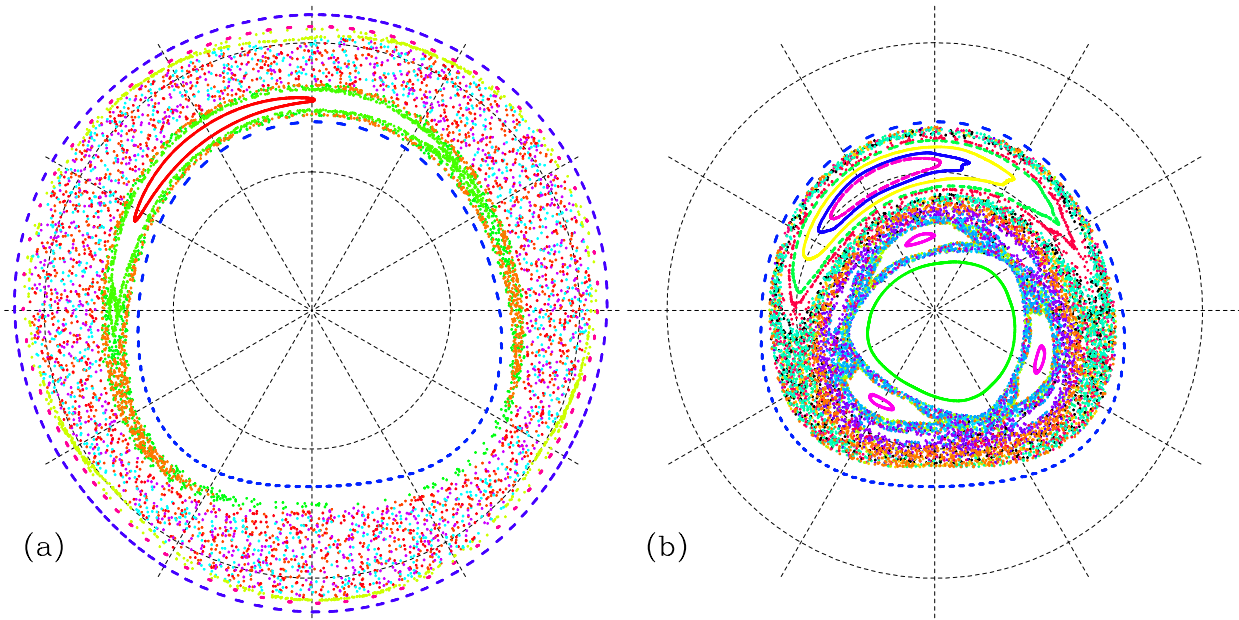


図 3.11: 準周期解でのポアンカレ断面図。(a) は初期時刻に極渦の外側に置いた粒子についてのもの、(b) は初期時刻に内側に置いた粒子についてのもの。

図 3.11 はそのようにして作成したポアンカレ断面図である。初期に極渦の外側に 12 点 (a)、内側に 19 点 (b) 置き、1000 周期分の計算をおこなった。同一の粒子が不規則に分布しているところがカオス混合領域、閉曲線上に規則的な軌跡が描かれているのが不変トーラスの領域である。このトーラスの領域では風の水平シアーによる引き伸ばしはおこっていても、混合は起きていない。極渦の外側 (a) では、中緯度にカオス混合領域が存在している。領域は図 3.6 で見られる混合領域より広がっているが、これはこちらのほうが積分時間が長いことによると考えられる。その領域の両側に不変トーラスが閉じたループ状になっている。内側のほうのトーラス (青点線) は極渦の縁にあたる PV 勾配の極大域に対応している。そのすぐ赤道側にもう 1 つの細長い三日月型のトーラスが存在する (赤線)。図 3.6 で見られた、混

合障壁と極渦の縁の 10 度程度のずれは、この三日月型のトーラスの存在と対応している。

極渦の内側 (b) にもカオス混合領域が存在し、そしてより複雑な構造をもった不変トーラスがいくつも存在する。図 3.7 に見られた粒子が入らない領域のうち、三日月型の領域はこのポアンカレ断面図におけるよく似た形のトーラスに対応しているが、図 3.7 の極付近にある粒子が入らない領域は、ポアンカレ断面図ではカオス領域と 3 種類の不変トーラスにわかれている: (1) 極渦の中心付近 (緑の実線)、(2) それを囲む 3 つの「島」 (赤線)、(3) さらにそのすぐ外側にある 4 つの小さい「島」、である。これらは PV の勾配の大きなところと一致せず、極渦の縁とは異なったタイプの輸送障壁であるといえる。

3.2.5 臨界緯度

波打った流れ場での攪拌・混合は、臨界層における非線形な粒子のふるまいで説明されることが多い。波の位相速度と基本場の平均流速が同じ臨界緯度にはよどみ点が存在し、cat's eye と呼ばれる、よどみ点をつなぐ閉じた流線の捕捉領域では混合・攪拌がおこる。

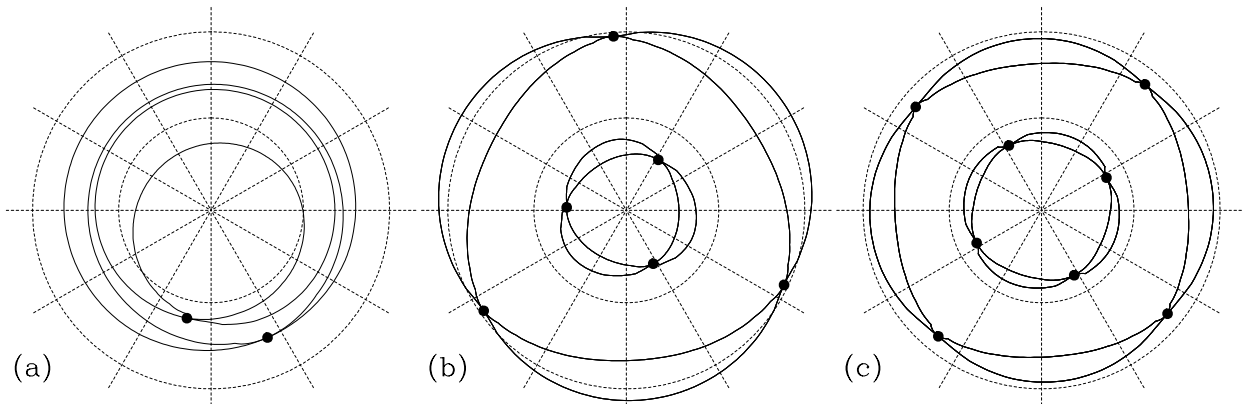


図 3.12: 準周期解において、よどみ点 (黒丸) と、その点を通る流線を描いたもの。ただし、これらは流線関数について、東西平均と、ある 1 つの波成分との和をその波の位相速度で動く系から見たものから得られる。(a) は波数 1 成分を c_1 で回転する系から、(b) は波数 3 成分を c_3 で回転する系から、(c) は波数 4 成分を c_4 で回転する系からのもの。

本章の準周期解では、流れ場は基本場と 1 つの波といったものより複雑であるが、東西方向の波成分に分解することにより、臨界緯度におけるよどみ点と cat's eye による説明が可能である。図 3.12(a) は東西波数 1 成分について、よどみ点とそれを結ぶ流線について描いたものである。波数 1 の位相速度 c_1 で動く系で見ている。ジェットのすぐ両側に臨界緯度があり、2 組のホモクリニックな軌道の内側の閉じた流線が、図 3.11 で渦のすぐ内側とすぐ外側のある三日月型のトーラスに対応している。波数 3 と波数 4 についての同じ図が図 3.12(b,c) になる。波数 4 の周波数は $f_4 = f_1 + f_3 = 0.531 \text{ day}^{-1}$ で、図 Fig.3.2(a) の 3 番目に高いピークに対

応する。波数3についての極側の臨界緯度は 70° 付近にあるが、波数4のそれは 65° 付近にあり、よりジェットに近い。これは $c_3 < c_4 = 2\pi f_4/4$ であることによる。これらの2つの緯度は図3.11(b)で見られる不変トーラスの3つの島、4つの島といった構造が見られる緯度と一致している。ジェットの赤道側では、図3.11(a)のポアンカレ断面図においてこのような cat's eye に対応した島の構造を見いだすのは難しい。

3.2.6 極渦内で孤立する領域

ポアンカレ断面図による解析は非周期解には用いることができない。しかし非周期解で見られた粒子の入らない領域は、準周期解でのポアンカレ断面図で得られた特徴、すなわち極渦の中心付近の孤立した領域・三日月型の領域・極渦の中心を取り囲む3つの島状の領域に対応していると考えられる(図3.9 f)。非周期解においてこれらの領域がどの程度孤立しているかを、そこから多数の粒子群を長時間移流させることによって調べた(図3.13)。

初期値として、 $t=90$ 日に5か所の点を定め、図3.6などと同様の方法で 10^4 個の粒子を置いた。極渦の中心の三角形の領域の中心に置いた場合(茶色)、90日経過してもまったく散らばることはない。その三角形の端に置いた場合(紫)には、水平シアーによって引き伸ばされることはあっても混合されることはない。三日月型の領域に置いた場合(青)、粒子群は引き伸ばされ周囲と混合される。しかし半分以上の粒子は最初の領域にとどまり、90日経過してもまとまって存在している。3つの島状の領域のうち2つにおいて調べたが(赤・緑)、一部は極渦内に広がるもののやはり90日後でもかたまりとして識別できる。これらの3つの島はポアンカレ断面図においては1つのトーラスとして扱われるが、その3つの島の流体粒子は混合領域に出て行かないかぎりお互いに混ざり合うことはない。

3.3 議論および考察

Pierrehumbert (1991a,b) は、2次元 β 平面のチャネルの領域で運動学的に与えた流れの中でのカオスの混合を、有限時間リアプノフ指数やポアンカレ断面図を計算をして調べた。図1.2では、波打ったジェットの位置が不変トーラスになっており、図3.11の結果はそれと一致している。その両側にカオス混合領域があり、そしてそのカオス領域の中央部にいくつかの不変トーラスが見られる。渦度場の強い水平勾配とこれらの不変トーラスとの間に関連付けは見られない。このことから、これらの領域は、図3.11(b)で見られる極渦の内側の中心部分や三日月型のトーラスといったものに対応していると考えられる。Pierrehumbert (1991a,b) ではこれらの不変トーラスはジェットの両側で見られたが、それは南北対称なチャネルの設定によるものであり、本研究では球面であるために極をまわるジェットの内側にだけ存在するということになる。

観測データを用いて冬の成層圏の大規模な水平混合過程の診断に等温位面上のPVの分布を最初に用いたのは McIntyre and Palmer (1983) である。Jukes and McIntyre (1987) は、1層

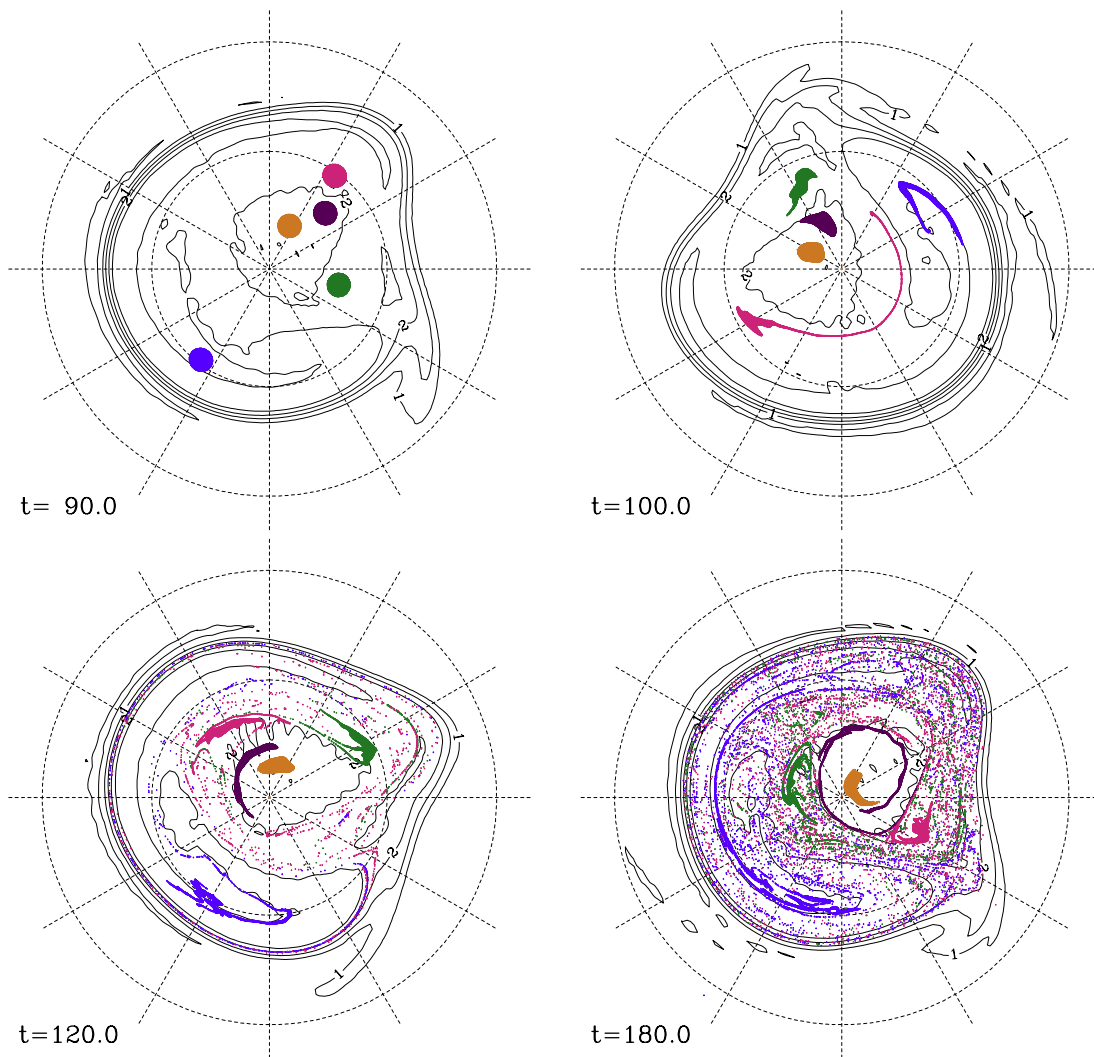


図 3.13: 非周期解において、多数の粒子の移流の様子。初期時刻は $t=90$ 日で、そこから 90 日間計算をおこなっている。

の球面モデルで得られたプラネタリー波の碎波で同様の診断をおこなった。プラネタリー波が碎波するとき、極渦の外側では 2 次元的な乱流による混合が起き、PV が均質化される。PV の南北方向の勾配はその混合域の境界で大きくなり、渦の縁をより強くする。強い PV の勾配があるために、プラネタリー波の復元力によって極域と中緯度域の間の物質交換を妨げる輸送障壁が形成される (1.3 節参照)。一方、本章の結果は輸送障壁を作り出す別の状況を与えている。プラネタリー波の碎波による乱流、すなわちストカスティックな流れがない準周期解の中で効率的な混合が起きている。準周期解でのカオス的混合は、この強制散逸系で PV が保存されていないために可能になっている。PV の強い勾配に対応する輸送障壁だけで

なく、PVの勾配で説明できない孤立領域も存在している。この種の輸送障壁はカオス混合領域と規則的な不変トーラスとの間の境界上にある。このような障壁は準周期解でも非周期解でも見られるので、流れの不規則性はこのような障壁の存在にとって不可欠なものではないことがわかる。

ここまででは、パラメータ空間で2つの近接した解である準周期解と非周期解について極渦周辺の混合過程のさまざまな側面を比較した。しかし時間方向の周期性は混合の性質を決める唯一の要素であるとは思われない。たとえば、風速の最大値や東西平均のジェットの南北シアーの強さといったものも図3.1に見られるように2つの解で異なっている。さらに3組のパラメータで計算をおこない、 $(U, \phi_0, B) = (210 \text{ m s}^{-1}, 50^\circ, 15^\circ)$ で準周期解、 $(150 \text{ m s}^{-1}, 50^\circ, 10^\circ)$ と $(210 \text{ m s}^{-1}, 50^\circ, 10^\circ)$ で非周期解をそれぞれ得た。図3.5でのリアプノフ指数の分布と、この3つのパラメータで同様のことをおこなったものについて、指数の頻度分布を調べてそのヒストグラムを作成した。ヒストグラムは各格子点での値に $\cos \phi$ の重みをかけて和をとることにより、高緯度で格子の大きさが小さくなる効果を取り込んでいる。

図3.14(a)は、短い評価時間 $\tau=2$ 日でのヒストグラムで、2つの準周期解(白印)と3つの非周期解(黒印)についてのものである。この2種類の解で分布が異なっていることがわかる。準周期解では $\lambda_1=0.8$ 付近にピークを持っているが、非周期解では $\lambda_1 < 1.0$ でより平らな分布をしている。図3.15(a,b)は $\tau=2$ 日の平均の λ_1 と風速の最大、平均の λ_1 と極渦の内側での風の南北シアーの最大値といった高い相関を持つものを示している。平均のリアプノフ指数はジェットが強くなりシアーが強くなるにつれ大きくなる。評価時間を長くすると、これらの相関は小さくなる。このような短い評価時間では、混合の性質を決める鍵となる要素は時間周期性ではなく風の水平シアーであると考えられる。

評価時間を長くして $\tau=90$ 日にしても、図3.14(b)のように準周期解と非周期解に違いが見られる。おおよそ $\lambda_1=0.04$ 付近と0.2付近に2つのピークがある。低い方のピークはトーラスの領域に対応しており、 τ を大きくすれば0に近づく。一方、高い方のかたまりはカオス領域に対応している。非周期解では高い方の値のかたまりの方が支配的になっている。この分布は時間周期性よりはカオス領域の面積や擾乱の波の振幅に直接的に関係づけられていると考えられる。しかしFig.3.15(c)では、 $\tau=90$ 日での平均の λ_1 が、波のエネルギーが同じであっても準周期解よりも非周期解で高い値を持っているということが見られる。すなわち波のエネルギーが同じであっても、非周期解での混合は準周期解での混合より強いということになる。

実際の大気においては、非断熱過程や小さいスケールの3次元乱流などによって等温位面を横切る流れができ、2次元に理想化した描像からずれることによる影響を受ける。これにより大規模な混合過程が量的にも質的にも変化する。本章の結果は、水平2次元に理想化したモデルで、小さいスケールの乱流がない滑らかな流れ場で得られたものである。このモデルで実現した流れの中では順圧不安定によって発達した擾乱が作り出す東進プラネタリー波が支配的である。プラネタリー波の変化が周期的に近く、波どうしの相互作用があるけれども小さいというような状況を想定している。このようなことから、本章の流れ場の観点か

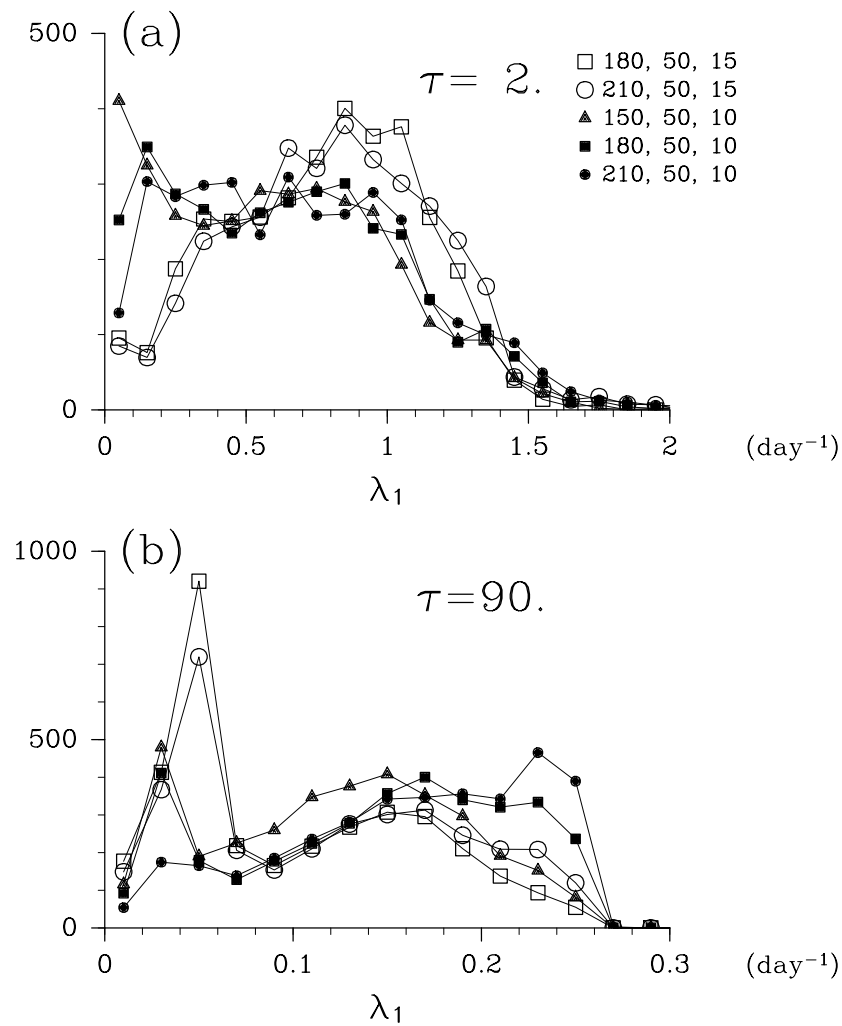


図 3.14: 有限時間リアプノフ指数の、 $\phi \geq 20^\circ$ でのヒストグラムをとったもの。5 組のパラメータについて計算している。白印は準周期解、黒印は非周期解になっている。各格子点に $\cos \phi$ の重みをつけて足し合わせているので、縦軸はその指数の値に対応する面積に比例したとなっている。

らは南半球の冬の上部成層圏というのが興味ある場所となる。そこでは極夜ジェットの順圧不安定により 4 日波と呼ばれる構造が支配的となっており、対流圏から上方伝播してきたプラネタリー波が碎波して起こる乱流混合が十分小さいと考えられる。

4 日波は冬の上部成層圏で見られ (Venne and Stanford 1979)、北半球よりも南半球でよくあらわれる。波数 1 から 4 が支配的で、同じ位相速度で東進する。Hartmann(1983) はモデルでジェットの線形安定性を調べ、極夜ジェットの順圧不安定が 4 日波の成因となり得ることを

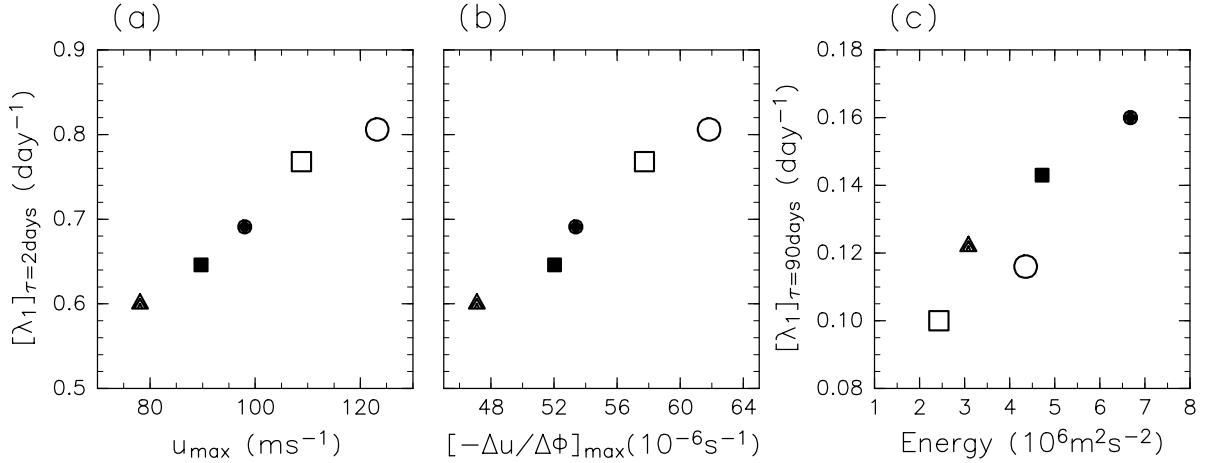


図 3.15: (a) $\tau=2$ 日におけるリアプノフ指数の平均と、東西平均の東西風の最大値との関係。(b) 同じく $\tau=2$ 日におけるリアプノフ指数の平均と、極渦の内側での風の南北シアアの最大値との関係。(c) $\tau=90$ 日におけるリアプノフ指数の平均と、領域全体での波のエネルギーとの関係。印は図 3.14 での 5 組のパラメータでの計算を表している。

示した。本章で用いているジェットの強制はこの研究で用いられているものである。Manney et al.(1988) は南半球の冬に観測されるジェットのプロファイルが順圧不安定の特徴とよく一致することを発見した。Bowman and Chen(1994)、Orsolini and Simon(1995) では、順圧モデルで 4 日波に似た不安定モードの中での混合を調べている。同じ Hartmann(1983) で用いられたジェットの解析的な形を用いているが、そこではそれを初期値として与えていて、東西一様な流れから時間発展していく段階を調べている。一方で本章では、同様のプロファイルを東西一様な風の強制として用いている。冬の成層圏のより近い状況にするために不安定なジェットを維持しようとする強制の効果と放射緩和に対応する散逸の効果を考慮に入れていることになる。南半球の冬の上部成層圏で風のデータを用いて極渦内の混合過程を調べた結果を 5 章で示している。

3.4 結論

順圧の渦度方程式の解として数値的に得られた、力学的に矛盾ない流れの中でのカオスの混合について調べた。順圧モデルは強制散逸系で、理想化した成層圏上部の冬季の極渦をシミュレートしている。パラメータをわずかに変えることにより準周期解と非周期解が得られ、それらの比較を通して現実に近いもっと不規則な流れの中でのカオスの混合の有用性につい

てを調べた。

準周期流の中では典型的なカオスの混合がおこっていて、極渦の外側、あるいは内側でも、比較的短時間で効率のよい混合がおこっていることがわかった。極渦についての過去の研究 (e.g. Bowman and Chen 1994) でも述べられているように、混合過程は正のリアプノフ指数で量的に特徴づけられ (図 3.5, 3.14)、PV が強い勾配をもつ極渦の縁付近に輸送の障壁が見られた。しかし極渦の内側には、そのような PV の強い勾配に関係付けられない輸送障壁もあった。これらの輸送障壁はポアンカレ断面図 (図 3.11) における孤立した島の構造 (不変トーラス) としてより厳密に認識することができる。これらは準周期解の中のプラネタリー波のうち、主要な成分についての臨界緯度にあたるところに位置していた。このプラネタリー波は、強制によって順圧不安定な状態がつくられることにより生じる。流体はそれぞれの臨界緯度でつくられる cat's eye の構造の中央付近では孤立するが、その周辺はカオス領域になっていて、cat's eye を形作っている、よどみ点を結ぶ流線の変動によって混合されている。

類似の孤立した構造などは Pierrehumbert (1991a,b) の運動学的な研究でも見られているが、われわれの結果は極渦の力学的なシミュレーションによって得られたものである。このような小さなスケールの構造は、球面上で調べたために非対称性が出て極渦の内側に限られることとなっている。さらに、準周期解で得られた特徴は、弱い非周期性を持った流れでも見られた (図 3.8, 3.9)。いくつかの領域が孤立しており、それは図 3.13 のような追加の実験でも確かめられた。非周期流での相関次元はよりカオスの混合に特徴的な時間発展をしていた (図 3.10)。また波のエネルギーが同じであっても、有限時間リアプノフ指数は、準周期解より非周期解でのほうが高くなった (図 3.14, 3.15)。

また同じ波のエネルギーをもつ準周期流と非周期流を比べると、非周期流の方が高いリアプノフ指数を持っていた。これはカオス領域に含まれる面積が増えることによるものと考えられる。準周期流と非周期流では混合のふるまいに違いが見られたことから、この研究の結果を現実大気に応用するには乱流混合のカオスの混合と比べての重要性をもっと見積もる必要がある。

第4章

解の周期性と微細構造との関係

3章では、時間方向に準周期変動する流れ場が順圧の渦度方程式の解として数値的に得られ、その中での流体粒子は不規則な、カオス的なふるまいをしていた。ポテンシャル渦度(PV)は近似的にはラグランジュ保存する量であるが、それは時間方向に周期性を持ち、時間・空間的になめらかな変化をするものであるのに対して、流体粒子の軌跡はカオス領域において周期性を持たず、粒子群の分布にはフィラメント状の微細な構造が多く形成されている様子が見られた。

本章では、ラグランジュ的に見てこの両者がどのように関係づけられているか、とくにポテンシャル渦度の非保存項の作用に着目して考える。3章と同じモデルを用いたが、より粘性の効果を小さくするため $p = 8$ とし、最高波数付近以外の波数ではほぼ非粘性になるようにした。まず、渦度強制の形を少しずつ変えて、非周期解から周期解まで解の周期性が連続的に変化する状況をつくった。このモデルでは、周期解であっても不安定による擾乱の発達とジェットを維持しようとする強制とが拮抗した状態にある。次に周期解すなわち定常波解において、ラグランジュ的に保存するトレーサーとポテンシャル渦度との差がどのような構造を持っているかを調べた。そしてそのような構造が不規則性を増していったときにどのようなようになるかを調べた。

4.1 パラメータ依存性

4.1.1 解の周期性の変化

3章と同様、2次元非発散順圧モデル(2.1)に東西一様なジェット(2.3)を強制として加えたものを用いたが、パラメータのうち $U=180 \text{ m s}^{-1}$ と $\phi_0=50^\circ$ は固定し、 B のみを変化させた。 B はジェットの幅に対応するパラメータであり、このパラメータが小さいほど、南北方向のシアが大きくなり、流れはより不安定になる。

図4.1は、 B を $B=10^\circ$ から $B=19^\circ$ まで 1° ずつ変化させたときの、パワースペクトル密度をそれぞれ示したものである。図3.2と同様に、 $(\lambda, \phi)=(0^\circ, 50^\circ)$ でのポテンシャル渦度の時系列をとり、そのパワースペクトル密度をとっている。

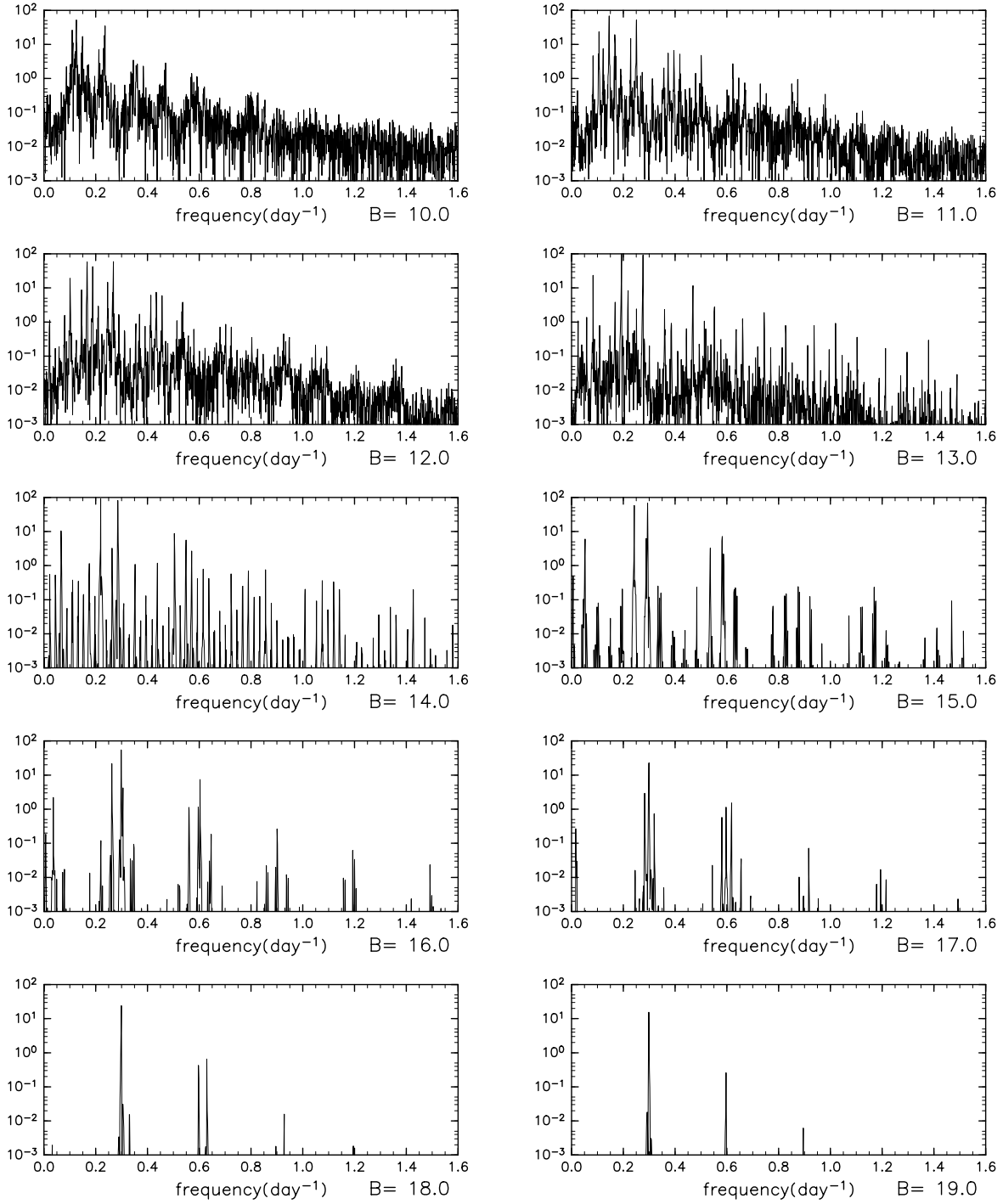


図 4.1: $(\lambda, \phi)=(0^\circ, 50^\circ)$ における $B=10^\circ$ から $B=19^\circ$ までのそれぞれにおいて、ポテンシャル渦度の時系列についてパワースペクトル密度をとったもの。

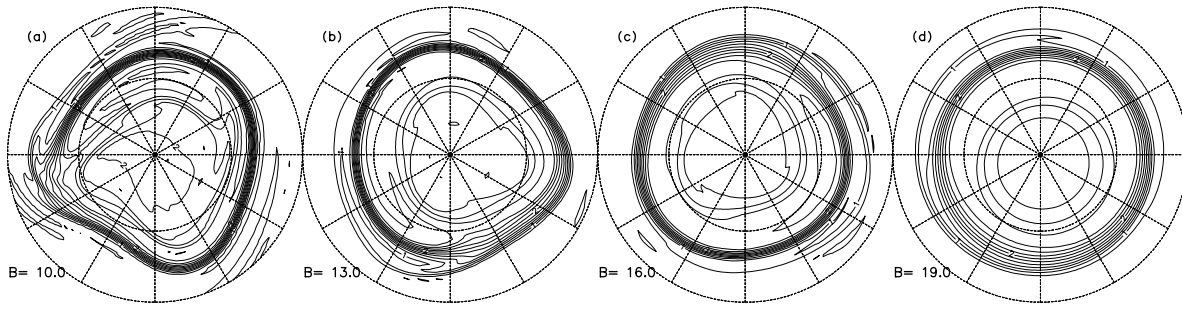


図 4.2: $B=10^\circ, 13^\circ, 16^\circ, 19^\circ$ のときの、 $t = 0$ 日におけるポテンシャル渦度場の様子。単位は Ω で、点線は 30° と 60° の緯度線を表す。

$B=19^\circ$ のときには $f_1=0.298\text{day}^{-1}$ という周期とその整数倍のみが含まれる。これは周期解を表しており、中心が極から少しずれた (波数 1 型の) 極渦が、形を変えずに極を中心に周回するという単純な流れ場が得られる (図 4.2d)。 $B=18^\circ$ のときには $f_1=0.299\text{day}^{-1}$ の他に $f_4=0.629\text{day}^{-1}$ という周期が現れ、 f_1 と f_4 の線形結合の周波数 $m f_1 \pm n f_4$ (m, n は整数) のみが見られる。これは前章で扱ったものと同じ準周期解である。さらに $B=17^\circ$ になると、 f_3 を加えた 3 つの基本周期となる。 $B=16^\circ$ においては、 $f_1=0.298\text{day}^{-1}$ 、 $f_4=0.603\text{day}^{-1}$ 、 $f_3=0.262\text{day}^{-1}$ である。この解 (図 4.2c) について、緯度 50 度上での擾乱成分についての経度・時間断面図をとったものが図 4.3 である。波数 1 成分のみを取り出したものは位相速度が $c_1=2\pi f_1$ 、波数 3 の位相速度が $c_3=2\pi f_3/3$ 、波数 4 の位相速度が $c_4=2\pi f_4/4$ 、となっていることがわかる。

B を小さくしてゆくと、基本の f_1, f_3, f_4 の線形結合の周波数が持つエネルギーが増大する。 $B=14^\circ$ までは線スペクトル的であるが、 $B=13^\circ$ になるとノイズレベルが増大、以降、 B を小さくするに従ってスペクトルのピークとノイズレベルが近づいてゆく。それに従って、流れ場はより乱れを多く含んだものとなる (図 4.2a,b)。

このような、解が周期解から準周期解を経て非周期解へ遷移してゆく過程は、このパワースペクトル密度のピークの周波数を B の変化とともに追っていくことにより、より明確になる。図 4.4 は、それぞれの B においてパワースペクトル密度のピークの周波数を示したものである。ピークは周波数の両隣 (周波数間隔は $\Delta f=0.001\text{day}^{-1}$) よりも値が大きい周波数として定義している。また $B=13^\circ$ から $B=19^\circ$ の間は B を 0.2 ずつ変化させて調べている。

$B=19^\circ$ 付近では $f_1(=0.298\text{day}^{-1})$ と $2f_1$ のみが見られるが、 B を小さくしてゆくと図の上端付近に f_4 が現れ、 $B=18^\circ$ 付近で f_1 から f_3 が斜め下向きに分岐している。それより小さい B では f_1, f_3, f_4 の線形結合の周波数が次々に現れ、 B を小さくするほどピークの数が増大してゆく。 $B=14^\circ$ や $B=15^\circ$ であっても、スペクトルのピークは f_1, f_3, f_4 の線形結合の周波

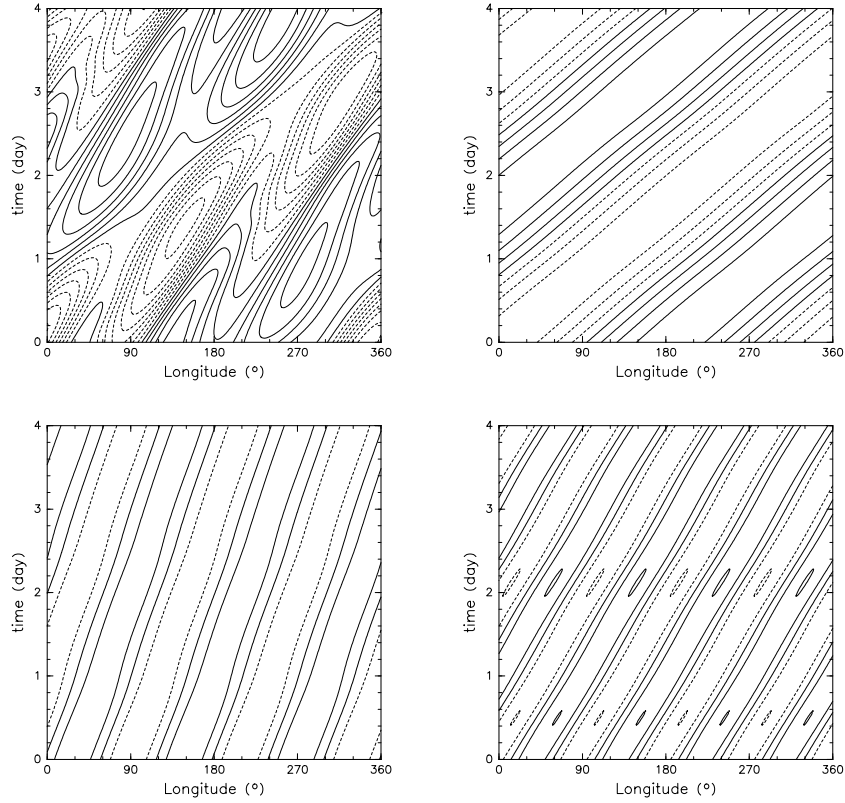


図 4.3: $B=16^\circ$ のときの、 $\phi=50^\circ$ におけるポテンシャル渦度の東西平均からのずれについての経度・時間断面図。左上はすべての成分を含んだもの、右上は東西波数 1 成分のみ、左下は波数 3 成分のみ、右下は波数 4 成分のみを取り出したもの。

数で構成されている。 $B=13^\circ$ より小さくなるとさらに多数のピークとなるが、 B が大きい領域で厳密に定義される f_1 の線を B が小さい領域に延長すると B が小さくなくてもその付近に強いピークが存在しており、 $B=11^\circ$ 程度でもそれらのピークは f_1 や f_3 を表していることがわかる。

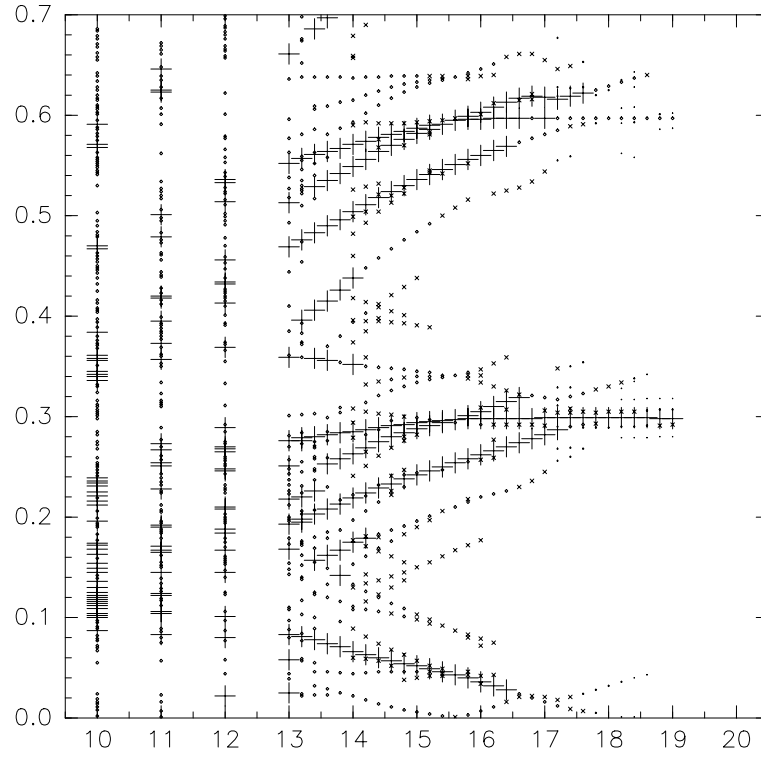


図 4.4: それぞれの B においてパワースペクトル密度のピークの周波数を示したもの。横軸が B 、縦軸は周波数 (day^{-1}) である。 $B=10^\circ$ から $B=13^\circ$ までは B を 1 ずつ、 $B=13^\circ$ から $B=19$ の間は 0.2 ずつ変化させて調べた。ピークは周波数の両隣 ($\Delta f=0.001\text{day}^{-1}$) よりも値が大きい周波数として定義している。プロットされている記号はピークでのエネルギー密度の大きさを表しており、 $\cdot \rightarrow \times \rightarrow \bullet \rightarrow +$ の順にエネルギー密度が大きい。ただし $B=17^\circ$ 以下では $\cdot$ は表示していない。 $B=14^\circ$ 未満では $\times$ は表示していない。

4.1.2 渦度場の滑らかさの変化

図 4.5 は、ポテンシャル渦度 q の南北勾配の緯度断面を描いたもので、緯度方向にどれだけ凹凸を持っているかを調べたものである。極渦の縁の位置に強い勾配があるが、それ以外にも細かい勾配の変化が多く見られる。経度によって違いはあるが、図 4.2 にも見られるように、 B を大きくしてゆくと解の周期性が強くなると同時に q の細かい構造が少なくなってくる。

q の南北断面において凸になっているところを数え、それをすべての経度にわたって平均したもの求めて 1 つの値とする。その値を 1 日間隔で 50 個求め、それぞれを図 4.6 にプロットしている。 q の凹凸がすべてフィラメントの構造を表しているわけではないが、この値はそのような構造の強さの指標になっている。これを見ると、 $B=19^\circ$ での平均値は約 3.3 となる。流れ場の形状が形を変えないので、この値は時間変化しない。このような凸部分のうち、2 個は強制 $\bar{q}_0$ が持つ緩やかな凸部分と位置的にも対応している。 $B=18.4^\circ$ 以下では準周期解となり、値は時間的に周期変化する。しかしその時間平均は、 $B=17^\circ$ までほとんど一定である。一方 $B=15^\circ$ から $B=17^\circ$ にかけては値が大きく変化するが、 $B=15^\circ$ で平均値は約 7.5 となり、それより B を小さくしても大きく変化しない。ただし B が小さいほど、時間方向の値の散らばりが大きくなる。

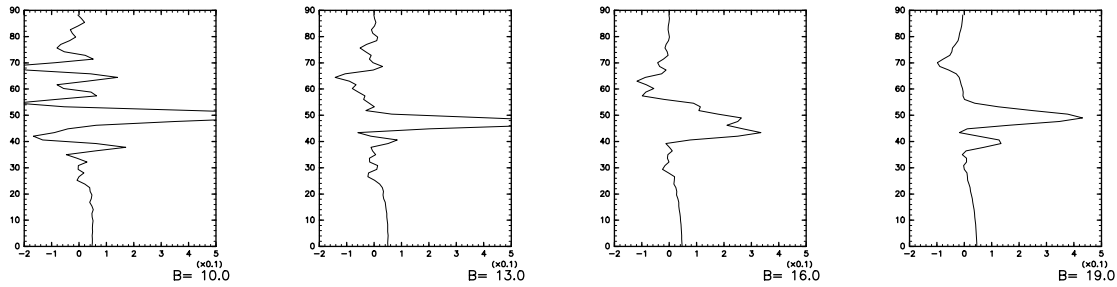


図 4.5: $B=10^\circ, 13^\circ, 16^\circ, 19^\circ$ のときのポテンシャル渦度の南北微分。 $t = 0$ 日で、経度 0° での断面を見たもの。

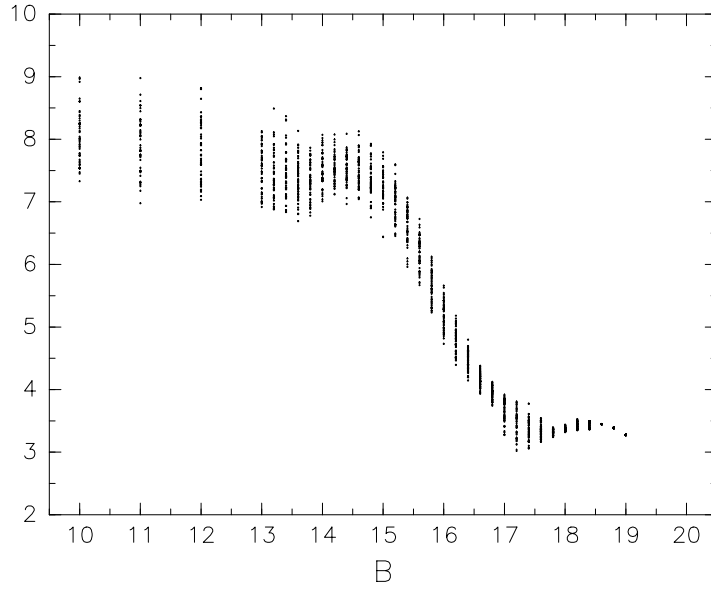


図 4.6: $B=10^\circ$ から 19° のそれぞれで、ポテンシャル渦度の南北断面において凸になっているところの数の平均値を示したもの。すべての経度にわたって平均したものを求めて 1 つの値とする。その値を 1 日間隔で 50 日分求め、それぞれを図にプロットしている。

4.2 微細構造

4.2.1 パッシブトレーサーの移流

トレーサーの細かい構造が形成される過程をラグランジュ的に把握するため、まず $B=19^\circ$ の完全な周期解で考える。この流れは定常波解で、波の位相速度 f_1 で動く系で見れば定常な流れ場となっている。最初に仮想的なトレーサーの分布を設定し、その移流を調べた。そのようなパッシブトレーサー χ はラグランジュ的に保存する量とし、(2.16) 式に従って時間発展させた。 χ は時刻 $t=0$ での q の分布を初期値とした。

図 4.7 は χ の時間発展を示したものである。細かな構造が見えるようなグレースケールを用いている。 q の分布の形状は $t=0$ での χ の分布のまま時間変化せず、形を保ったまま回転するだけであるが、 χ はジェット (等値線の混み合っている部分) のすぐ外側で細かい構造が生じている。 $t=0$ 日では小さいかぎ型の等値線であったものが、 $t=5$ 日や $t=10$ 日には細長い、フィラメント状のものになる。ジェットの極側でもわずかながそのような構造が見られる。

q と χ の差 $|q - \chi|$ を調べ、その空間分布を図 4.8 に示した。そして波数 1 の位相速度 f_1 で

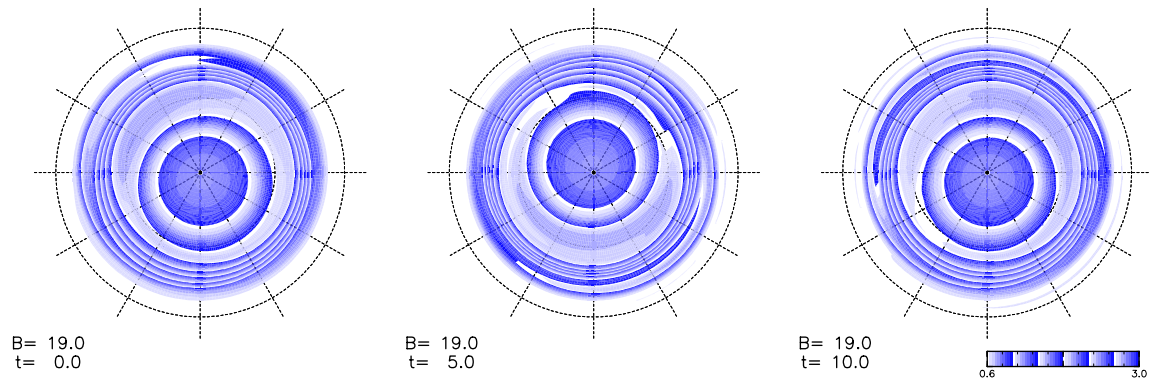


図 4.7: $B=19^\circ$ におけるパッシブトレーサーの時間発展。単位は Ω 。中央が極で、そこから下向きの線を経度 0 とする。

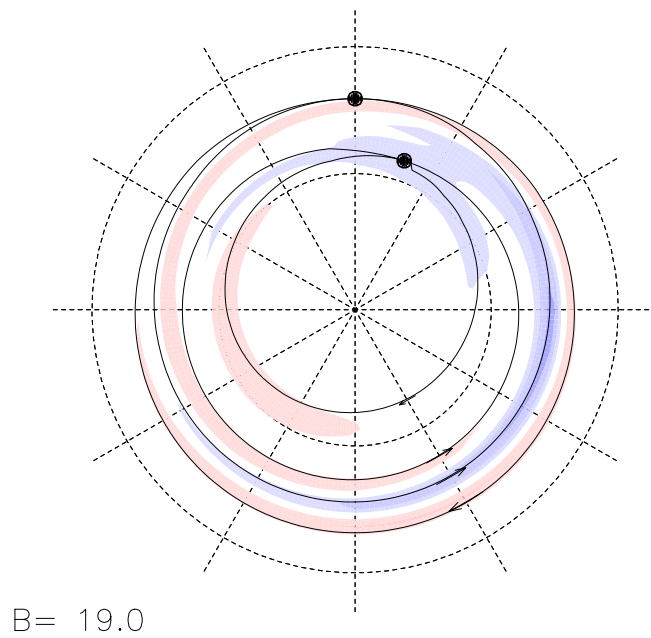


図 4.8: $B=19^\circ$ で、 $t=5$ 日においてポテンシャル渦度とパッシブトレーサーの差 $|q - \chi|$ をグレースケールで示したものと、波数 1 の位相速度 f_1 で回転する系で見たよどみ点とそれを含む流線。

回転する系で見たよどみ点とそれを含む流線の図と重ねた。ジェットの外側によどみ点が存在するが、回転する系で見れば、外側によどみ点には左上(東の低緯度側)と右下(西の高緯度側)から近づき、左下と右上へ遠ざかってゆく流れ場となっている。差の値は、外側によどみ点に近づいてゆく流線の部分で大きいということがわかる。ジェットの外側によどみ点に向かって右下から近づく流線とくに大きい。このような特徴は、 B を小さくしても得られる。

4.2.2 周期解におけるフィラメント構造の形成過程

図 4.8 の、ジェットの外側によどみ点に向かって右下から近づく流線に着目し、そのすぐとなりの流線を、両側に 1 本ずつ考える。すぐ高緯度側の流線はほぼ円に近い形で極の周りを周回し、すぐ低緯度側の流線は、三日月型の流線となる。図 4.9, 4.10 はこの 2 つの流線に沿った座標系で q やその他の量を見たものである。周期解は定常波解であり、波の位相速度 f_1 で動く系で見れば定常な流れ場となる。よって流体粒子の軌跡は流線と一致する。図の横軸は流線に沿った位置座標系で、流体粒子はこの流線上を右にすすむ。星印で示した点を座標 0 としている。下段の長い破線は $\bar{q}_0$ 、実線が q 、太線が χ である。 $t = 0$ では $\chi = q$ である。よどみ点を含む流線のすぐ極側の流線の場合(図 4.9)、波数 1 の波の位相速度に乗って見た相対的な速さ $|u|$ は 10 から 30ms^{-1} 程度となっている。 $|u|$ が最も小さいところがよどみ点に最も近づいたところとなる。 $\bar{q}_0$ は (2.4) 式より緯度の関数なので、流線の南北の変位に応じて波打った形をしている。流線上の q も流線に沿って波打った形をしているが、 $\bar{q}_0$ より振幅は小さく、ピークは $\bar{q}_0$ のピークより右側の、よどみ点に近い位置に来ており、位相が下流側にずれている。 χ は時間とともに移流され、 q よりもさらに位相が下流側にずれてゆく。 $t = 5$ 日程度では、流線の半分以上の部分で値がほぼ平らになり、流線に沿って値が大きく変動するのはよどみ点付近だけとなる。このためよどみ点に向かって流れこむ位置において q とのずれが生じている。 $t = 90$ 日になると流線に沿って全体でほぼ平らになる。

次によどみ点を含む流線によってはさまれた三日月型の領域での流線について見たものが図 4.10 である。1 周のうちで 2 回よどみ点に近づき、 $|u|$ はそこでは 0 に近い値となる。 $\bar{q}_0$ は、右下(極側・西側)からよどみ点に近づく手前で大きくなっている。反対側の左上(赤道側・東側)からよどみ点に近づくときには流線が緯度線にほぼ平行になっているので $\bar{q}_0$ の変化は小さい。 q は図 4.9 の場合と同様に、 $\bar{q}_0$ より振幅が小さく位相が下流側に寄った形となっている。この流線での χ の時間変化を見ると、 $t = 5$ 日で 2 つのよどみ点付近が他の部分より際だって大きくなったり小さくなったりしている。とくに右下からよどみ点に近づくところでは、凸型の、他の部分より大きくとがった構造が形成されている。

q の値の流線に沿った変化は、以下のように解釈できる。簡単化のため粘性のない ($\nu = 0$) 状況を考える。すると (2.1) 式は、

$$\frac{Dq}{Dt} = -\alpha(q - \bar{q}_0), \quad (4.1)$$

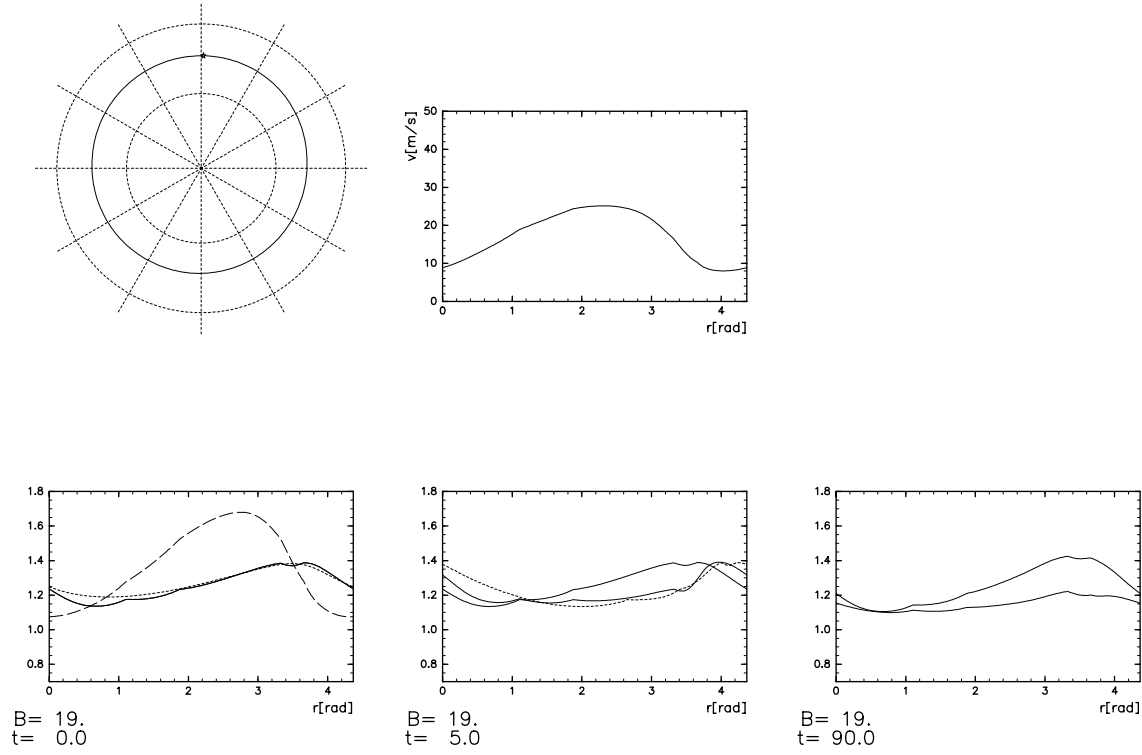


図 4.9: よどみ点を通る流線のすぐ極側の流線に沿って見た、各種の値の変化。(左上) その流線の位置で、星印で示した点を座標 0 とし、反時計回りに座標をとる。(中央上) 流線に沿った流れの速さ $|u|$ 。(下段) q (細線)、 χ (太線) の時間発展。左下の破線は $\bar{q}_0$ 、点線はそれから求めた q 、中央下の点線は $t = 0$ 日の q から予測した $t = 5$ 日での χ (本文参照)。すべて f_1 で回転する系で見ている。

となる。この微分方程式をラグランジュ的に経路に沿って積分すると、

$$q = e^{-\int \alpha dt} \left\{ \int \alpha \bar{q}_0 e^{\int \alpha dt'} dt' + C \right\}. \quad (4.2)$$

ここで C は積分定数である。 α は定数なので、

$$q[\mathbf{r}(t), t] = q[\mathbf{r}(t_0), t_0] e^{-\alpha(t-t_0)} + \alpha \int_{t_0}^t \bar{q}_0[\mathbf{r}(t')] e^{-\alpha(t-t')} dt', \quad (4.3)$$

である。これは $t_0 \rightarrow -\infty$ の極限で

$$q[\mathbf{r}(t), t] \rightarrow \alpha \int_{-\infty}^t \bar{q}_0[\mathbf{r}(t')] e^{-\alpha(t-t')} dt', \quad (4.4)$$

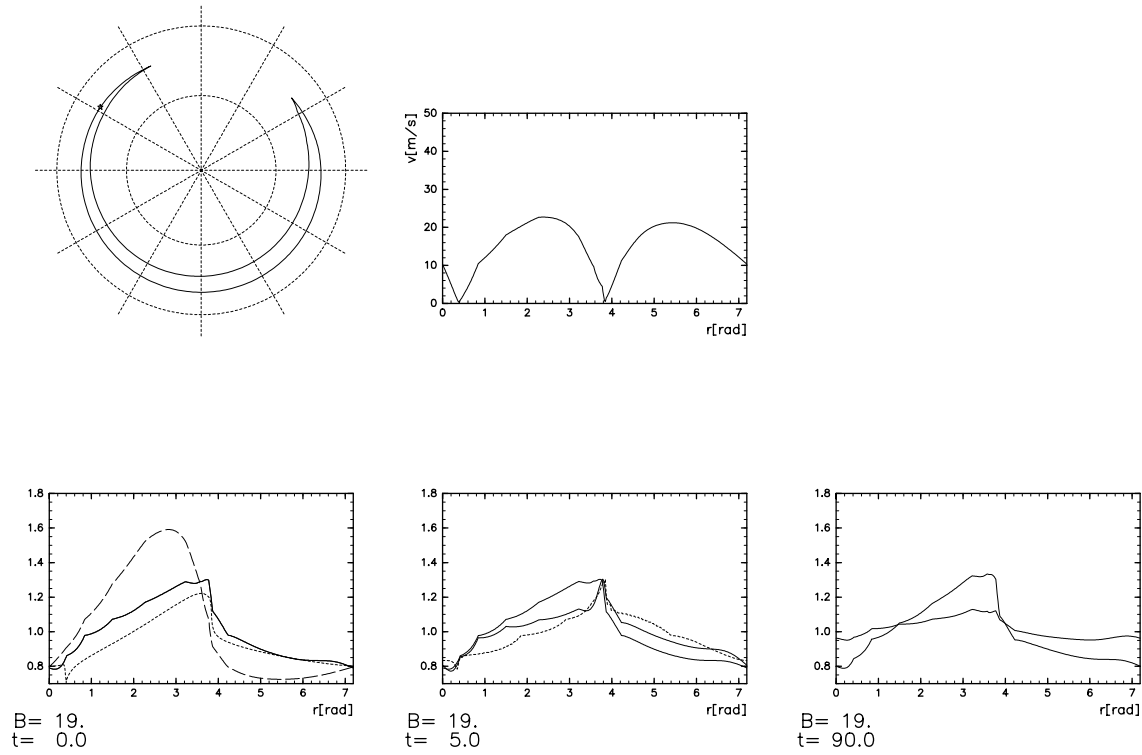


図 4.10: よどみ点を通る流線によってはさまれた三日月型の流線に沿って見た、各種の値の変化。星印で示した点を座標 0 とし、時計回りに座標をとる。他は図 4.9 と同じ。

になる。すなわち q は流線上の $\bar{q}_0$ と $|u|$ から求めることができる。図 4.9, 4.10 の $t = 0$ 日での点線が、そのようにして $\bar{q}_0$ から求めた q である。実線の q と、おおよそ一致する。すなわち、流線上の q の形は、流体粒子が流線上を動きながら $\bar{q}_0$ の強制を受け続けた結果の形であるということが出来る。点線と実線のずれは粘性によるものと考えられる。

一方、 χ についても、粘性を無視すれば

$$\frac{D\chi}{Dt} = 0, \quad (4.5)$$

であるので、時刻 t での χ は

$$\chi[\mathbf{r}(t), t] = \chi[\mathbf{r}(t_0), t_0], \quad (4.6)$$

となる。 $t = 5$ 日での短い点線はこの式にもとづき $|u|$ と $t = 0$ 日での χ から求めた χ である。実際の χ と、形状がほぼ一致している。流線上の流速が場所によって異なるために形状が変

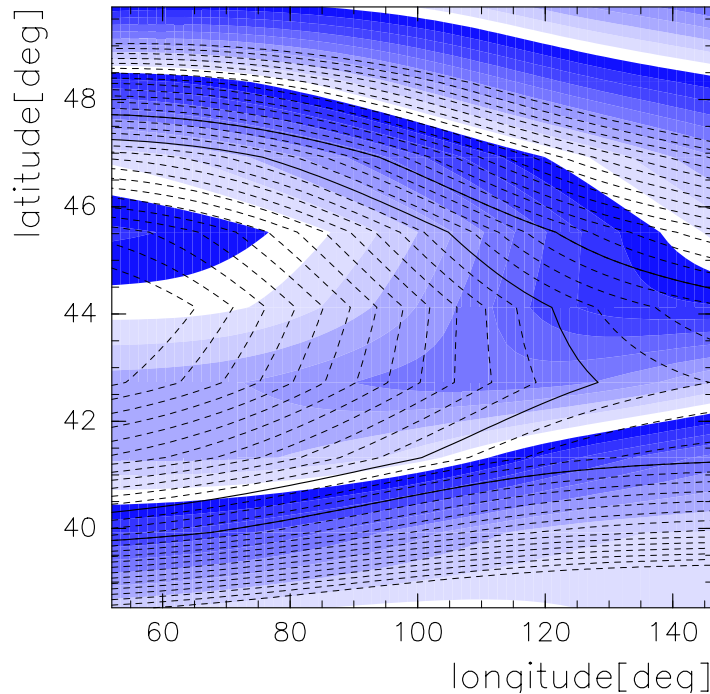


図 4.11: 図 4.7 の $t = 5$ 日における χ の分布を、経度 100° 、緯度 45° 付近で拡大したもの。点線は流線で、太線は上が図 4.9 で扱った流線、その下が図 4.10 で扱った流線。

化するが、 $t = 5$ 日程度の短時間では初期値をそのまま移流させたものに近く、この形状は移流のみによって作り出されることができると考えることができる。長時間経つと χ は流線に沿ってほぼ一定になる。これも粘性の作用によるものと考えられる。

すなわち、よどみ点に近づくと速度が低下し、同じ流線上にある 2 点間の距離は縮められる。このためその 2 点間のトレーサーの変化がもともと緩やかであっても、縮められることにより強い勾配が作り出される。 χ はそのようにして細かい変化が作り出されるが、 q はその場所の強制の影響を多く受け、低速のもとで強制を受け続けると χ との差が大きくなってゆく、ということがわかる。

図 4.10 でこのようなとがった構造が見られた部分を拡大したものが図 4.11 である。流線に沿ってみれば、西側・極側からの流れが、西向き・低緯度向きに曲げられる場所のすぐ手前で χ の値が他の部分より大きくなる。 χ には $(144^\circ, 45^\circ)$ 付近から $(60^\circ, 42^\circ)$ にかけてフィラメント状の構造が見られるが、そこでの流れはフィラメントに沿う方向ではなくそれを横切る方向となっており、図の右上から値の高い χ が引き出されたとはいえない。この流れでは

流体粒子はすべて流線上を動くが、その上で初期値が場所により変化しており、しかも流線上の速度も場所により変化するという効果により、このようなフィラメント状の構造が形成されているといえる。

これらのことは、緯度円上に線分を置き、その移流を調べても見られる。図4.12は、同じ $B=19^\circ$ の周期解で $t=0$ 日で緯度 46° の緯度円の一部に 2° おきに粒子を置き、その移流を計算したもので、上はその位置の時間発展、下は各時刻における q と χ を線分に沿って描いたものである。 $t=0$ 日では q は緩やかに波打った形だが、パッシブトレーサー (太線) は時間とともに値が小さい部分が縮められ、 $t=5$ 日には下向きにくぼんだ構造が現れる。 q も時間とともに線分に沿った方向の勾配が大きくなる場所があるが、 $t=5$ 日でもくぼんだ構造は見られない。これらは基本的に図4.10と同じ現象であり、線分に沿った方向の速さの差によって生じる構造であるといえる。位置の時間発展(上)を見ると、くぼんだ構造の付近では粒子間の距離は縮められ、 $t=4$ 日から $t=5$ 日にかけて線分はその付近で折り曲げられている。非発散流であるため、線分に沿った方向で縮められている場所では線分と直交する方向にはのぼされている。線分が折り曲げられるのはそのような作用と関連していると考えられる。またそのような折り曲げられる場所と、 $|q-\chi|$ が大きいところ (影をつけた部分) には対応関係がある。

4.2.3 非周期性を含んだ場合

周期解であれば流体粒子は流線上を動くが、非周期解はもちろん、準周期解でも流体粒子の動きは流線からずれたものとなる。このため流線に沿った議論をそのまま用いることはできないが、図4.12と同じ手法を用いてこのような構造について調べることができる。図4.13は B を変えて同様の計算をおこなったものである。 $B=18^\circ$ や $B=17^\circ$ でも、 $t=0$ 日で線分に沿って緩やかに波打った分布をしていたものが、 $t=5$ 日にはある部分で縮められ、 χ にはくぼんだ形が形成されている。また q は χ ほどくぼんだ形にならずにより緩やかである。このように周期解とよく似た構造が作り出されていることがわかる。 $B=16^\circ$ になるとそのような特徴的な形は見にくくなるが、 χ の勾配はある部分では $t=0$ 日で緩やかだったものが時間とともに大きくなってゆく。この場所はやはり、線分が折り曲げられる場所と対応している。また q はいくらかならされ、 q の勾配より χ の勾配のほうが大きくなっている。

図4.14は $B=14^\circ$ についての同様の計算を示したものである。 $t=0$ 日においてすでに q は線分に沿った方向に大きく変化しているが、 $t=1$ 日や $t=2$ 日でその勾配がさらに大きくなる場所が存在し、くぼんだりとがったりする形が見られる。しかしこのような短時間では q と χ の差は小さく、 χ だけでなく q も同じような構造になる。 B を小さくすると流れ場の乱れが大きくなり、非保存項の作用がはたらくより短い時間で流れ場によって q の細かい構造が形成されており、このようにして q の水平勾配が常に維持されていると解釈できる。

B を変えることによるこのような変化は、図4.6に見られる渦度場の滑らかさの変化と関連づけられる。 B が 17° より大きい場合には、たとえ周期解であっても流れ場にはトレーサー

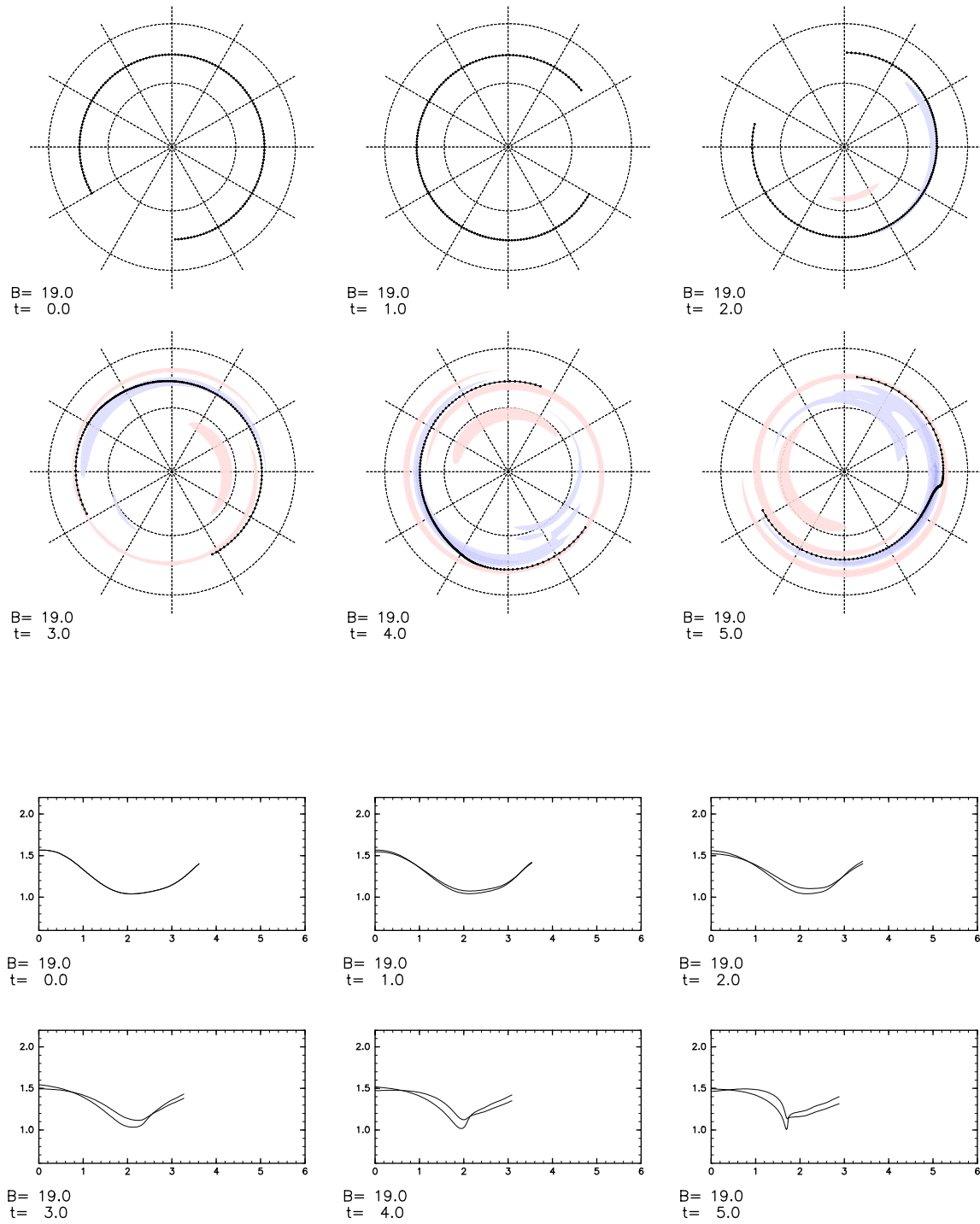


図 4.12: $B=19^\circ$ で、緯度 46° の緯度円の一部に 2° おきに粒子を置き、その移流を計算したもの。上はその位置の時間発展と $|q - \chi|$ をグレースケールで示したもの。下は各時刻における q (細線)と χ (太線)を線分に沿って描いたもの。

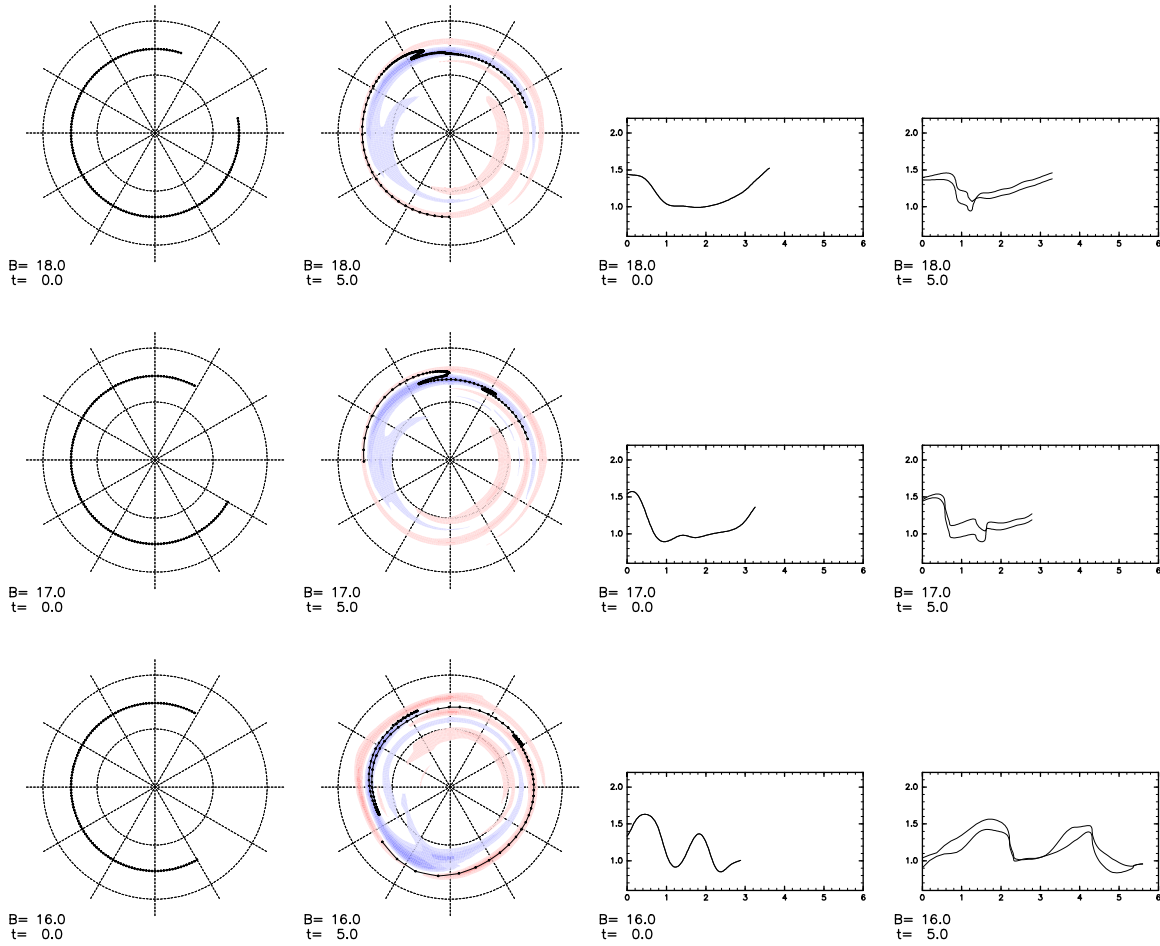


図 4.13: 図 4.12 と同じもの。ただし上から $B=18^\circ$, 17° , 16° についてのもの。

の分布に細かい構造を作り出そうとする作用があり、実際ラグランジュ的に保存するトレーサーにはそのような構造が作り出される。しかしポテンシャル渦度は、それより短い時間スケールで非保存項の作用により緩和されるため、常に滑らかな分布が維持される。一方、 B が 15° より小さい場合には流れ場によって短時間で細かい構造が作り出され、ポテンシャル渦度は常にフィラメント状の構造が維持される。 B が 15° から 17° の間では両者の中間の状態であり、ポテンシャル渦度はある部分で滑らかな分布から細かい構造が形成され、ある部分では滑らかな分布に緩和されており、その結果としてフィラメント状の構造の強さがある程度に保たれていると解釈できる。

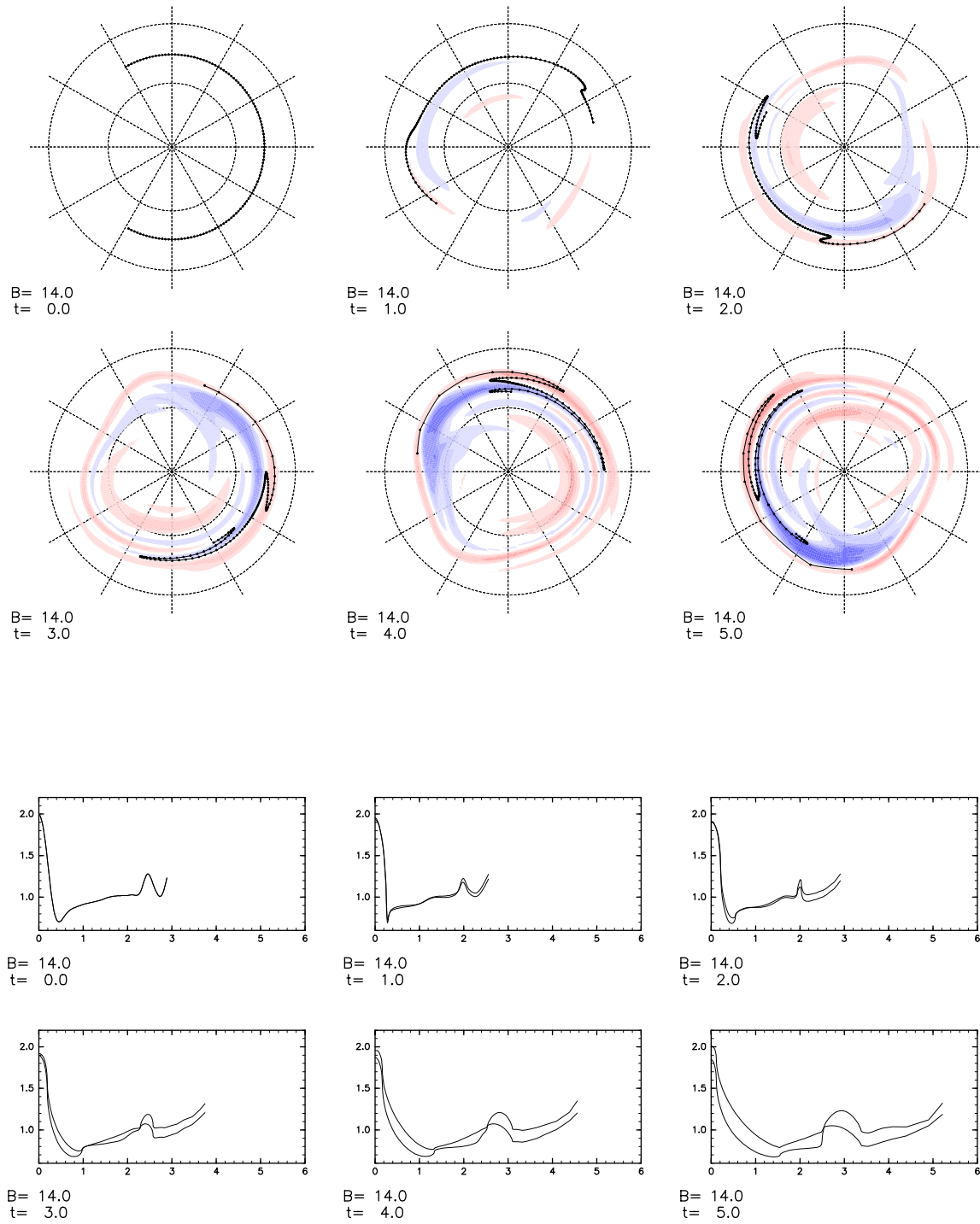


図 4.14: 図 4.12 と同じもの。ただし $B=14^\circ$ についてのもの。

4.3 議論および結論

支配的な波の位相速度に乗った系で見れば、よどみ点に近づく向きの流線の上では、流体粒子のもつ速さは時間とともに低下し、同じ流線上にある2点間の距離は縮められる。このためその2点間のトレーサーの変化が緩やかであっても、縮められることにより強い勾配が作り出される。ラグランジュ的に保存されるトレーサーの分布は、そのような作用により細かい構造が作り出されるが、非保存項をもつポテンシャル渦度はその場所の強制の影響を受け、低速のもとで強制を受け続けることにより強い勾配をつくる作用をうち消す。このようなことが起こる場所ではポテンシャル渦度とトレーサーの差が大きくなり、また流体は流線を横切る方向に引き伸ばされようとして折り曲げられる。

B が 17° より大きいような規則性の大きい流れであっても、流れ場は流体粒子が細かい構造を作り出そうとする作用があり、実際ラグランジュ的に保存するトレーサーにはそのような構造が作り出される。しかしポテンシャル渦度は、それより短い時間スケールで非保存項の作用により緩和されるため、規則性を保って常に滑らかな分布が維持される。一方、 B が 15° より小さい場合には流れ場によって短時間で細かい構造が作り出され、ポテンシャル渦度は常にフィラメント状の構造が維持される。 B が 15° から 17° の間では両者の中間の状態であり、ポテンシャル渦度はある部分で滑らかな分布から細かい構造が形成され、ある部分では滑らかな分布に緩和されており、その結果としてフィラメント状の構造の強さがある程度に保たれていると解釈できる。

カオスの混合が起きている時には、渦度は周期変動する流れ場の側面と不規則な動きをするトレーサーの側面の両面を持つ。渦度がラグランジュ的に保存するとすれば矛盾が生じてしまう (Ngan 1997; Haynes 1999)。渦度は完全に保存していても速度場は粗い渦度場に対応し、細かい渦度場がトレーサーとしてふるまうことにより説明されるという議論もおこなわれている (Ngan and Shepherd 1997)が、本章でのモデルの中では非保存項が重要な役割を果たし、矛盾を解消しているといえる。

Neufeld et al.(1999,2000)は、単純な周期変動をする流れ場を与え、その中で化学的トレーサー C の濃度が

$$\frac{DC}{Dt} = S(\mathbf{r}) - bC \quad (4.7)$$

の式に従う系を考えた。ここで $S(\mathbf{r})$ はソースで、 C は緩和定数 b で場所に依存した量に近づいてゆく。するとその系では、与える流れ場から決まる流れ場のリアプノフ指数 λ が緩和定数 b より小さい場合には C の場は滑らかになり、大きい場合には C の場がフィラメント状になるということを示した (図 4.15)。移流によって細かい構造を作り出そうという作用と化学的なソースにより分布を滑らかにしようという作用の相対的な強さの比較により、分布がフィラメント状になったり滑らかになったりする。

本章のモデルは、(4.7)式の C を q に、 S を $\alpha \bar{q}_0$ に置きかえたものに等しい。Neufeld(1999,2000)での議論を本章でのモデルにおいて考えれば、以下のようなになる：

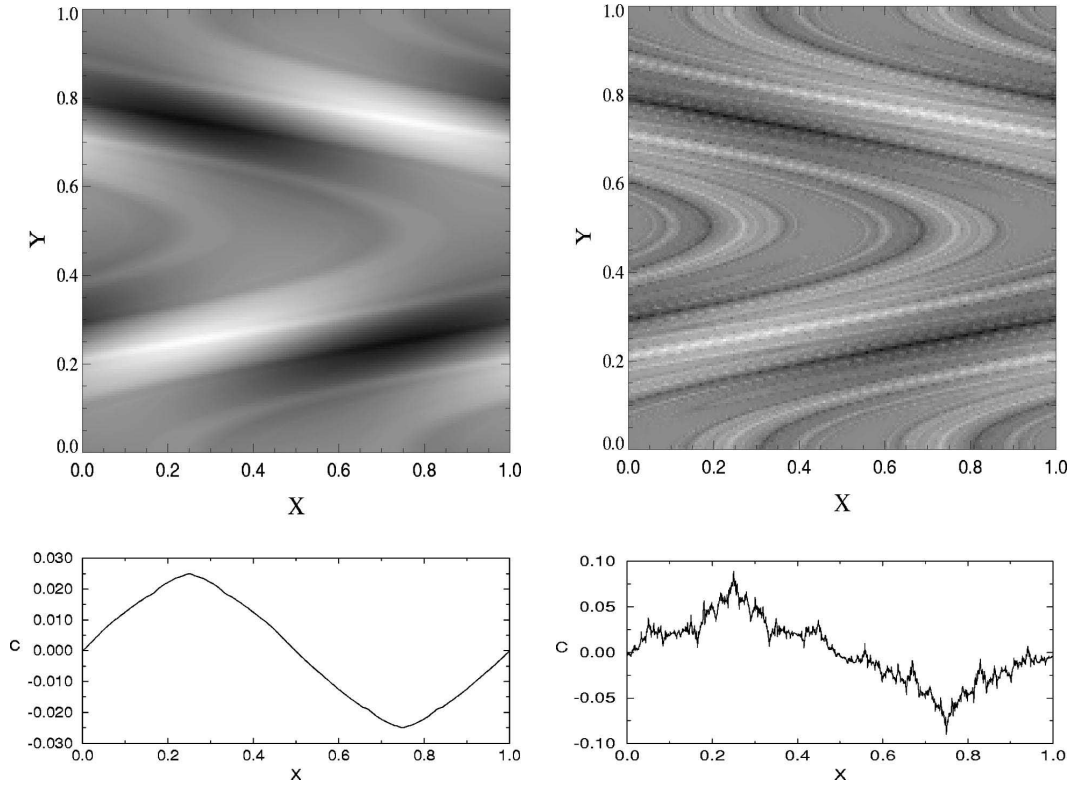


図 4.15: C の濃度分布のスナップショット (上) と、その $y = 0.25$ での断面図 (下)。 $b=4.0$, $\lambda_0=2.67$ (左) で滑らかな場が得られ、 $b=0.1$, $\lambda_0=2.67$ (右) でフィラメント状の構造を持つ場が得られる (Neufeld et al. 2000)。

(4.3) 式の変分をとる。 $\delta \mathbf{r}$ ずれた場所での q のずれ δq は、

$$\delta q[\mathbf{r}(t), t; \delta \mathbf{r}(t)] = \delta q[\mathbf{r}(t_0), t_0; \delta \mathbf{r}(t_0)] e^{-\alpha(t-t_0)} + \alpha \int_{t_0}^t \delta \bar{q}_0[\mathbf{r}(t'); \delta \mathbf{r}(t')] e^{-\alpha(t-t')} dt', \quad (4.8)$$

となる。これは $t_0 \rightarrow -\infty$ の極限で

$$\delta q[\mathbf{r}(t), t; \delta \mathbf{r}(t)] \sim \alpha \int_{-\infty}^t \nabla \bar{q}_0[\mathbf{r}(t')] \cdot \delta \mathbf{r}(t') e^{-\alpha(t-t')} dt' \quad (4.9)$$

$$= \alpha \int_{-\infty}^t |\delta \mathbf{r}(t')| |\nabla \bar{q}_0[\mathbf{r}(t')] \cdot \mathbf{n}| e^{-\alpha(t-t')} dt', \quad (4.10)$$

となる。ただし $\mathbf{n} \equiv \delta \mathbf{r}(t')/|\delta \mathbf{r}(t')|$ である。 $\delta \mathbf{r}(t)$ の後方トラジェクトリを考えると、

$$|\delta \mathbf{r}(t')| \sim |\delta \mathbf{r}(t)| e^{\lambda(t-t')} \quad (4.11)$$

なので、

$$\delta q[\mathbf{r}(t), t; \delta \mathbf{r}(t)] \sim \alpha |\delta \mathbf{r}(t)| \int_{-\infty}^t \nabla \bar{q}_0[\mathbf{r}(t')] \cdot \mathbf{n} e^{(\lambda-\alpha)(t-t')} dt', \quad (4.12)$$

である。 $\lambda > \alpha$ のとき δq は $\nabla \bar{q}_0 \cdot \mathbf{n} = 0$ 以外の向きで無限大になり、フィラメント状の構造が作り出される。一方 $\lambda < \alpha$ のときには δq は 0 に近づき、滑らかな分布になる。図 4.6 との対応を考えれば、 $B=15^\circ$ より小さいときには $\lambda > \alpha$ 、 $B=17^\circ$ より大きいときには $\lambda < \alpha$ 、となっていることが予想される。 $B=15^\circ$ から 17° の間では、空間的にある部分では $\lambda > \alpha$ 、ある部分では $\lambda < \alpha$ となっていると考えられる。

第5章

南半球上部成層圏での極渦内での混合

3章・4章では、2次元非発散モデルを用い、西風ジェットの強制を与えることにより準周期的に変動する極渦を再現した。そこでは、単純な流れ場でありながら、極渦内部の粒子移流の空間パターンはかなり複雑なものとなった。3章で用いられた準周期性は、順圧不安定によって生じた変動という点で冬の上部成層圏に現れる4日波のふるまいを想定したものとなっている。

4日波は Venne and Stanford(1979) の、衛星観測の温度データの解析で最初に発見された。冬の上部成層圏および下部中間圏(45km から 65km)、特に南半球で見られ、東西波数1から4の擾乱が周期約4日で東進する構造である(図5.1)。波数1が最も支配的で、波数1から4がほぼ同じ位相速度をもつ。72°S 付近が最も振幅が大きい(Venne and Stanford 1982)。観測や理論の研究については Allen et al.(1997)や Bowman and Chen(1994)、Stanford(1999)にまとめられている。Hartmann(1983)はモデルでジェットの線形安定性を調べ、順圧不安定な場が4日波の成因となり得ることを示した。Manney et al.(1988)は南半球の冬に観測されるジェットの形から生じる順圧不安定により、観測される4日波とよく一致する特徴が得られることを発見した。

本章では、現実大気における9年間の成層圏の4次元同化データ(2章)を用いて、南半球真冬の上部成層圏での等温位面上の混合過程を調べた。対流圏から鉛直伝播するプラネタリー波の活動が弱いので碎波による極渦の変動が小さく、極渦内の混合の強さは極渦の縁をまたぐ輸送の影響をほとんど受けない。極渦の内側での混合について、強弱の年によるちがいや、それと流れ場の変動の強さとの関連性を調べた。

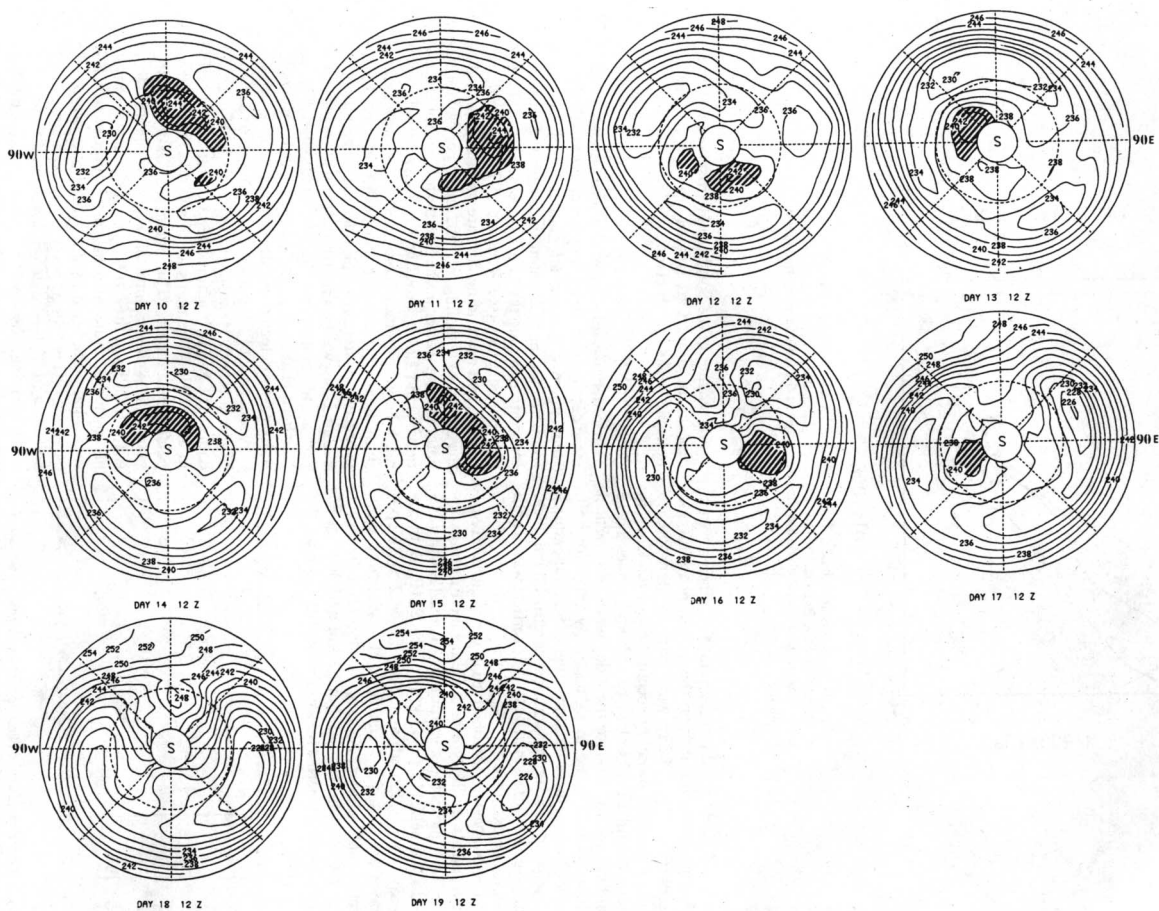


図5.1: Nimbus-5 SCR channel B12から求めた、高度約42kmでの温度分布 (Prata 1984)。1973年7月10から19日の、50°Sから80°Sについて描いたもの。

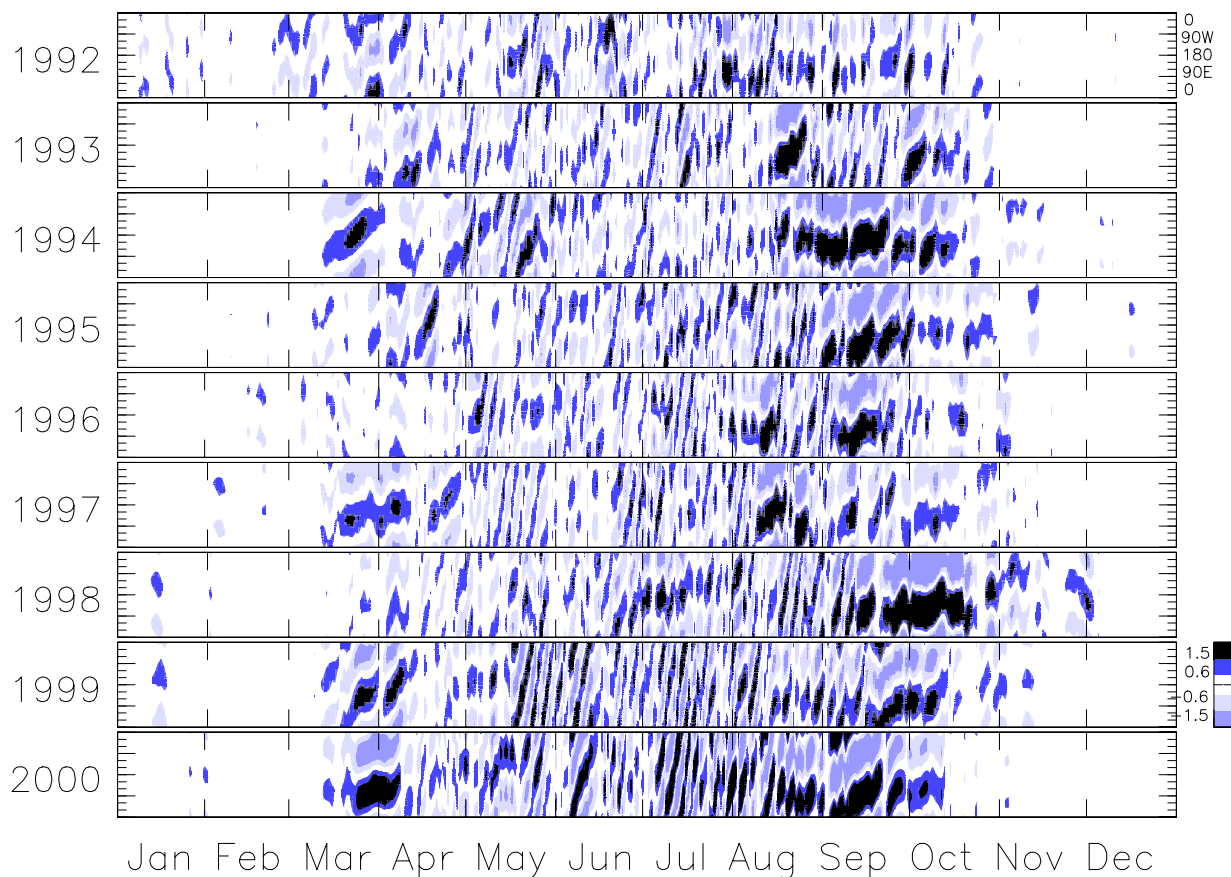


図 5.2: 72°S、1800K 等温位面 (約 1hPa) 上の PV の東西波数 1 成分についての経度・時間断面図。単位は $10^{-3} \text{ Km}^2 \text{ s}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ 。

5.1 風の場の年々変動

5.1.1 経度・時間断面図

図 5.2 は 72°S、1800K 等温位面 (約 1hPa) 上の PV の東西波数 1 成分について、経度・時間断面図をとったものである。擾乱は夏には小さいが、他の季節ではずっと、波数 1 の振幅が他の波成分と比べて大きい。波は大きく分けて、停滞波、周期数週間の遅い東進波、周期数日の速い東進波の 3 種類が見られる。冬の終わりから 9 月・10 月の極渦の崩壊までにかけては停滞波が卓越している。おおよそ東半球で正、西半球で負の位相になっている (Harwood 1975)。周期 20 日程度の遅い周期の東進波は 3 月・4 月・8 月に時折見られる。この波は Hsu and Weng(2001) で詳しく解析されている。速い東進波は 5 月から 8 月にかけてよく見られ、たとえば 1994 年 5 月のように、一部は遅い波と重なっている。

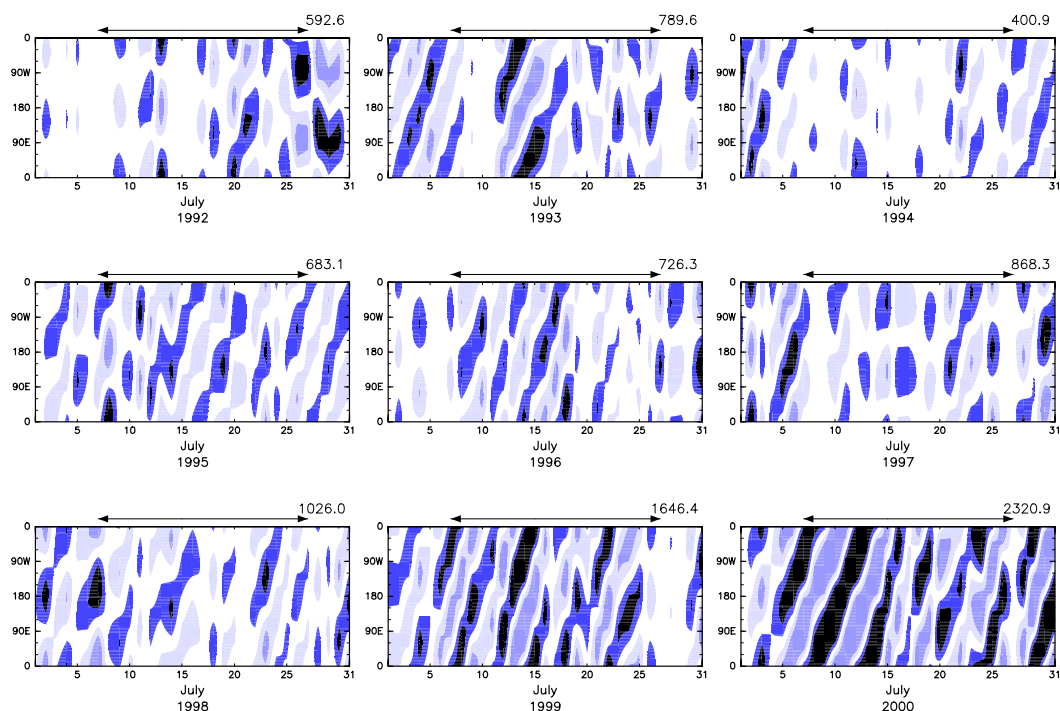


図 5.3: 72°S、1800K 等温位面 (約 1hPa) 上の PV の東西波数 1 成分についての経度・時間断面図。ただし各年の 7 月のみについてで、7 日移動平均を取り除いたもの。矢印は移流計算をおこなった期間 (7 月 7 日から 27 日) で、数字はその期間で振幅の 2 乗を時間平均したもの。

図 5.3 は図 5.2 の 7 月だけについて、7 日の移動平均を差し引いて速い移動成分のみを取り出したものである。これを見ると、東へ伝播する波の周期は約 4 日で、先に述べた 4 日波に対応していることがわかる。これらの波が現れる時期や強さにはかなりの年々変動が見られる。振幅だけでなく、現れる期間、緯度、高さについても変動がある。しかしこの高さと緯度で見る限りにおいては、1995 年、1999 年、2000 年では 7 月 1ヶ月間振幅が大きい。2000 年は他の年に比べ特に振幅が大きくなっている。それに比べて 1992 年や 1994 年では振幅は非常に小さい。図 5.3 の右上の数字は矢印で表示された 20 日間 (7 月 7 日から 27 日) で振幅の 2 乗を東西平均したもので、そのような傾向を反映したものとなっている。

5.1.2 東西平均の緯度構造

この 9 年について、この等温位面上での風速の東西成分の東西平均 $\bar{u}$ と、PV の東西平均 $\bar{q}$ の緯度分布を描いたものが図 5.4, 5.5 である。7 月 7 日から 10 日間の分布を重ねて描いてい

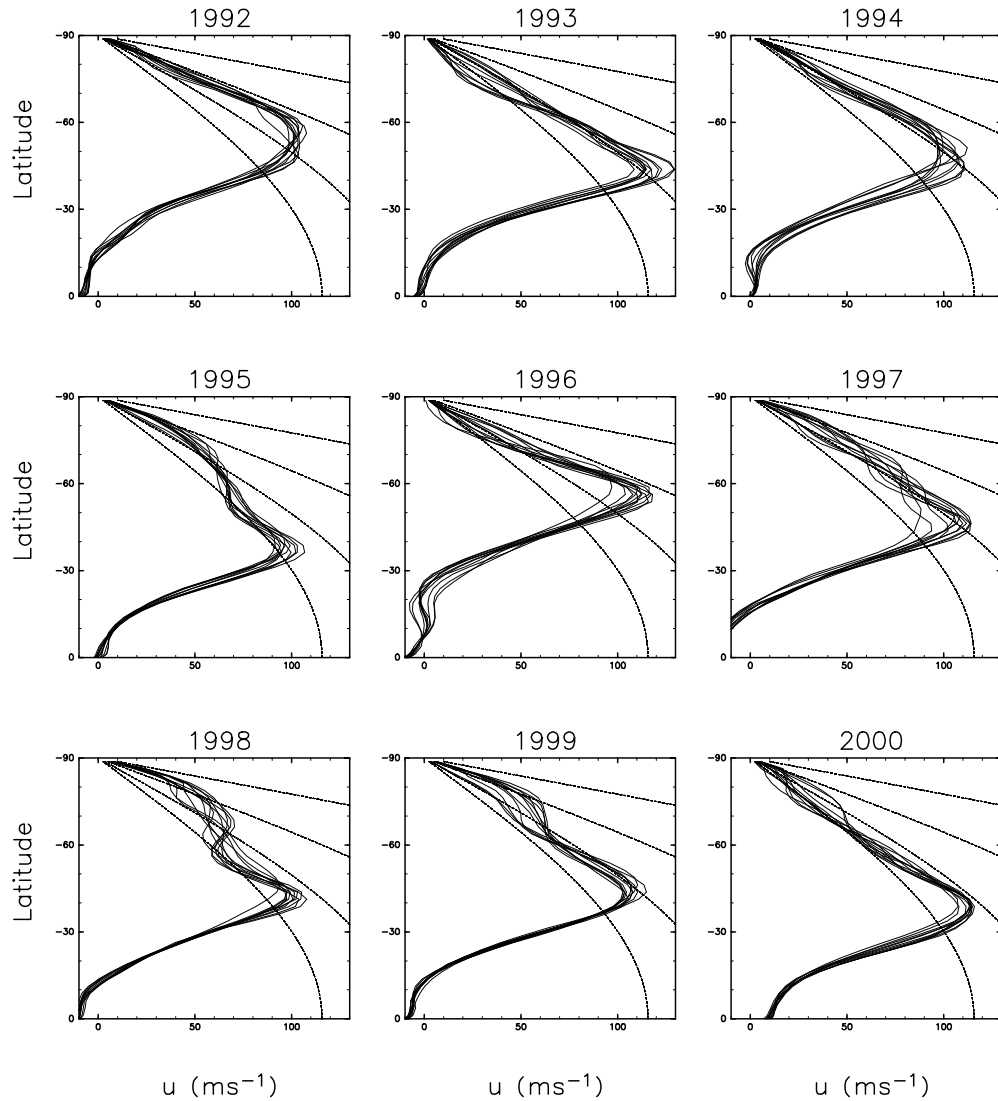


図 5.4: 風速の東西成分の東西平均 $\bar{u}$ 。緯度の関数として、7 月 7 日からの 10 日間のものを重ねている。点線は上から順に、周期 1 日から 4 日の剛体回転に相当する速度。

る。図 5.4 での $\bar{u}$ の最大の位置や図 5.5 での $\bar{q}$ の南北勾配の最大位置から判断される極渦の縁の位置は 10 日間で大きく変化しないが、 40° から 60° の間で大きい年々の差が見られる。この位置は下部成層圏よりは低緯度である。

それより高緯度側の極渦内部においては、1992 年、1994 年、1997 年のような年では PV が緯度方向に単調であるのに対し、1993 年、1998 年、1999 年、2000 年のような年では極渦の内側に PV の逆勾配が存在している。線形安定性の議論から、PV が緯度方向に単調増加し

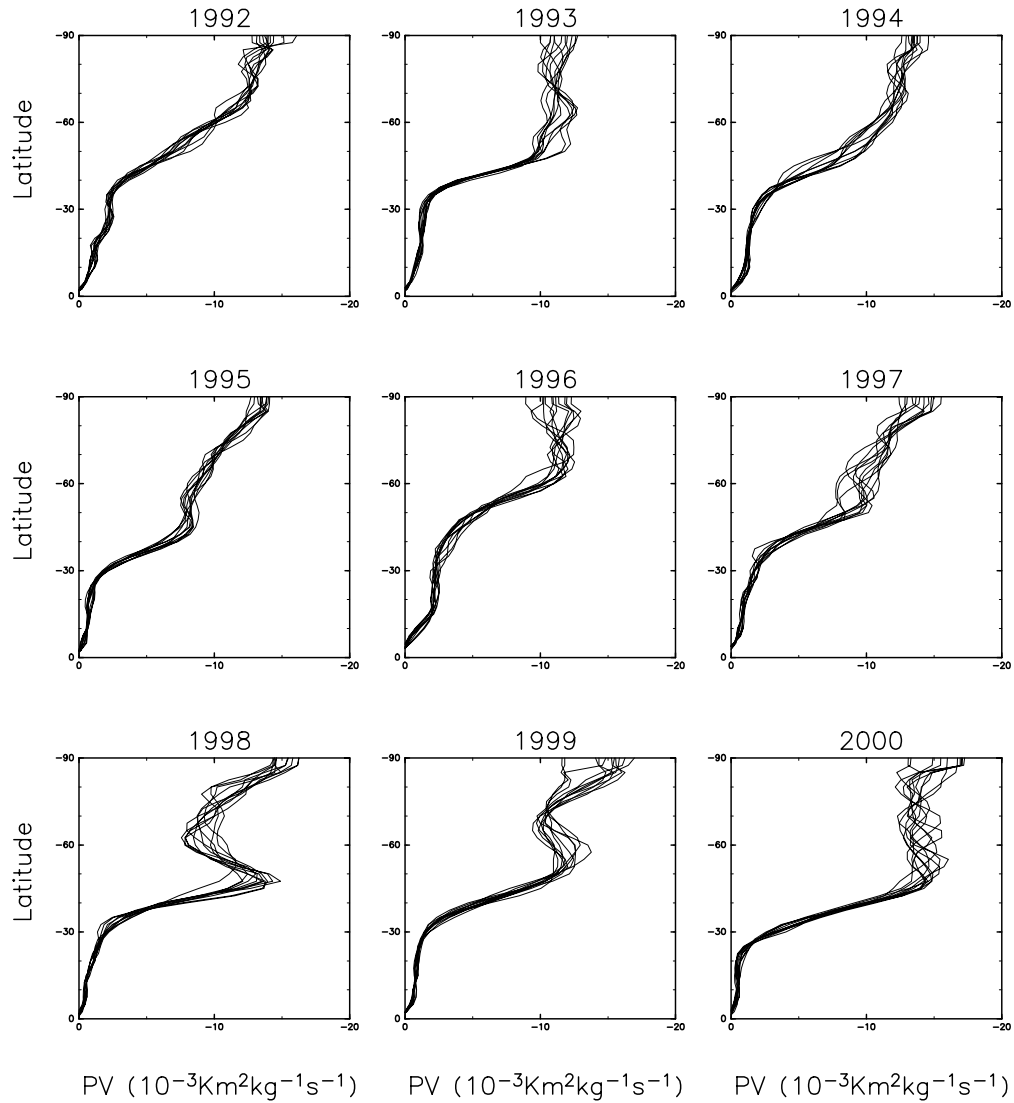


図 5.5: PV の東西平均 $\bar{q}$ 。緯度の関数として、7月7日からの10日間のものを重ねている。

ていれば流れは力学的に不安定にはならない。図 5.4 の点線は剛体回転に相当する速度の線 (周期 1 日から 4 日) を表しているが、PV が単調に増加する年ではこの線に近く、極付近は剛体回転に近い流れになっていることがわかる。一方 PV が極渦内に逆勾配がある場合、このような流れは力学的に不安定になることがあり得て、擾乱が発達し有限振幅になることが予想される。図 5.3 で見られた波動はそのような作用によって生ずると考えられている (e.g. Allen et al., 1997)。しかし東進波がはっきりしている年であっても、このような PV の逆勾配

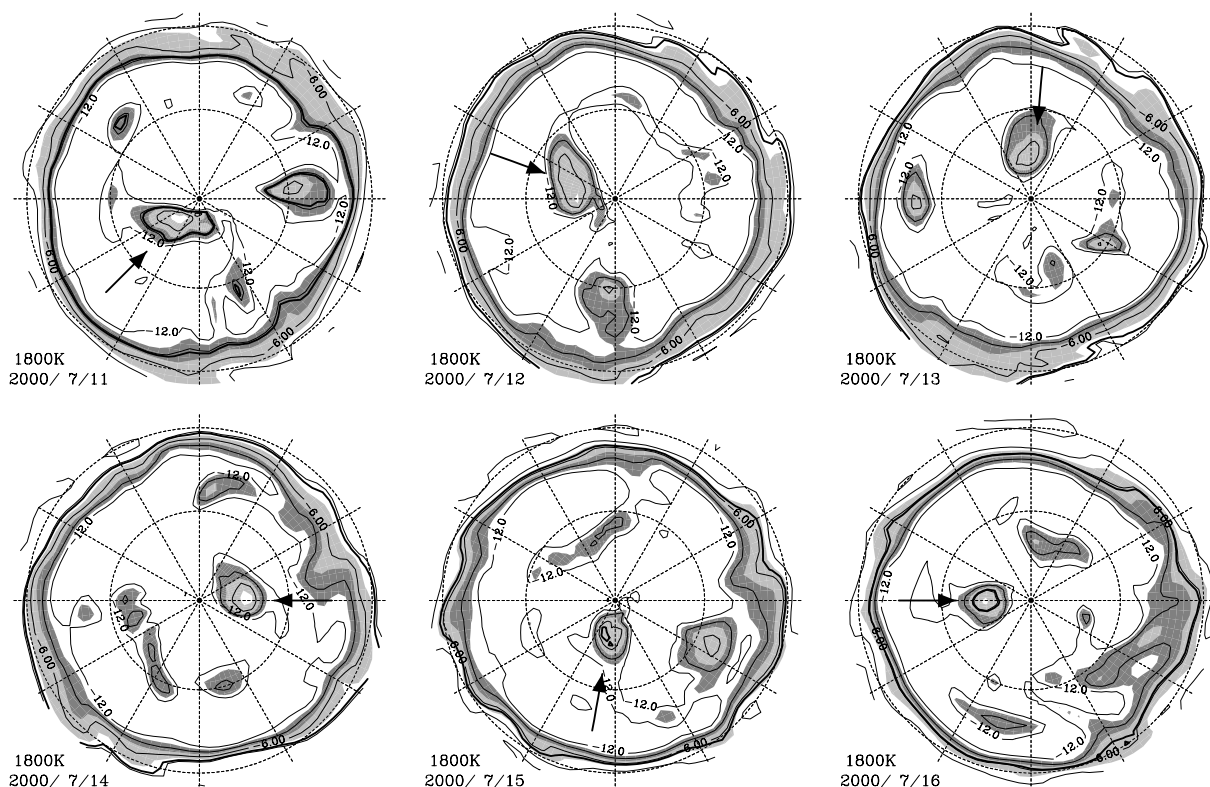


図 5.6: 2000 年についての、1800K 等温位面上での PV の場の時間発展。太線で表される極渦の縁は等価緯度の勾配がもっとも大きい PV の値として判定している。単位は $10^{-3} \text{ Km}^2 \text{ s}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ 。薄い影の部分は PV の値が 4.5 から 7.5、濃い影の部分は 7.5 から 10.5 の部分を表す。

が明瞭でない年もある。高緯度での風速は周期 3-4 日で 1 周するような風速であり、東進波は流れにのってみればほぼ静止していることになる。

5.1.3 PV の場の時間発展

図 5.3 に見られるような構造が顕著な場合と、この高度ではほとんど見られなかった場合について、それぞれ 2000 年と 1994 年を例にとり比較をおこなった。1800K 等温位面上では、真冬の 7 月 7 日から 20 日間には 2000 年でもっとも波動が顕著であった時期であるので、この時期に着目して調べた。季節進行の影響を取り除くため、1994 年についても同じ時期で比較した。

2000 年と 1994 年について、PV の場の時間発展を見たものがそれぞれ図 5.6, 5.7 である。太線で表される極渦の縁は等価緯度の勾配がもっとも大きい PV の値として判定している。

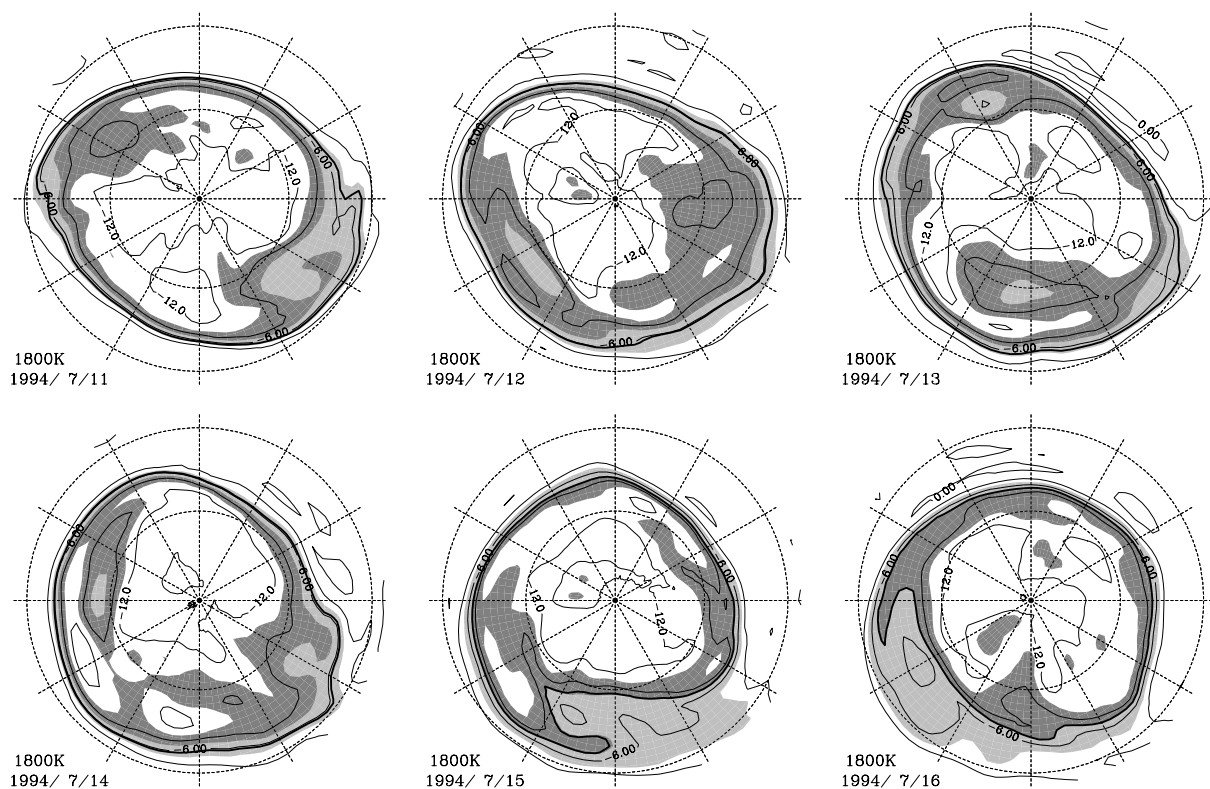


図 5.7: 図 5.6 と同じで、ただし 1994 年についてのもの。

2000 年では、極渦の内部に PV が周りより高い (高気圧性の) 場所が存在している。そこでの値は縁と同程度の値をもっている。図 5.6 の矢印で示しているように、それは 60°S から 80°S の間で東に進んでいる。1 日に約 90 度の速さであり、この速度は背景風と同程度の速度である。このような構造が図 5.3 では波数 1 の東進波に対応している。この期間では極渦自体の形に大きな変動はなく、碎波パターンもとくに見られない。一方 1994 年のこの時期のこの高さではそのような構造はみられない。極渦の面積は 2000 年のものより小さい。7 月 15 日から 16 日にかけては小さな碎波パターンが見られる。

5.2 等温位面上の水平混合の年々変動

5.2.1 同心円上の粒子の移流

南極を中心とする同心円上に多数の粒子を配置し、7 月 7 日を初期値として 20 日間移流される様子を調べたものが図 5.8, 5.9 である。同心円は 30°S から 85°S の間に 5° 間隔で置き、

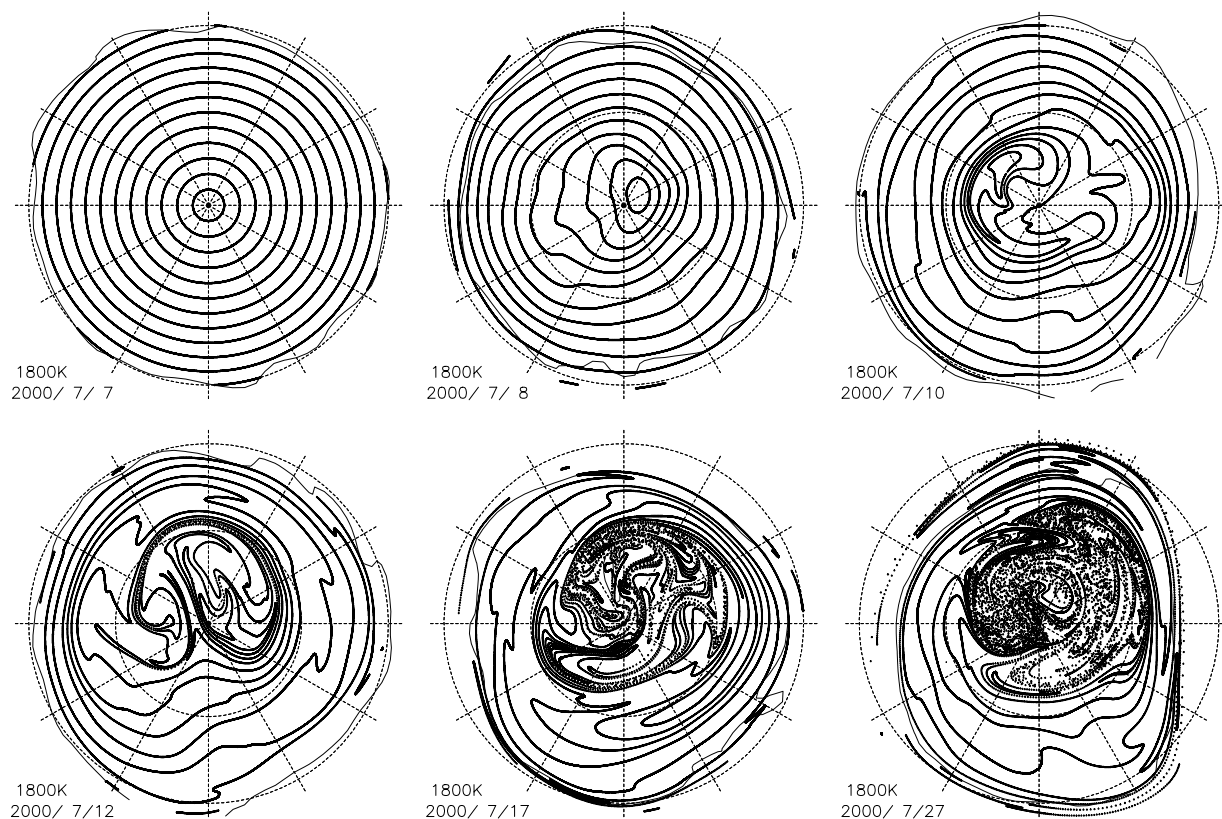


図 5.8: 2000 年について、南極を中心とする同心円上に粒子を配置し、7 月 7 日を初期値として 20 日間移流される様子を調べたもの。細い線は極渦の縁を表す。初期に極渦の内側に存在したもののみを図に表している。

経度方向には、粒子の線密度がどの緯度でも等しくなるように約 10km 間隔で置いた。極渦の外側は強く攪拌されているが、初期に極渦の内側に存在したもののみを図に表している。

10 日目程度まではどちらの場合も粒子の存在範囲は極渦の内側と定義された領域とほとんど重なっており、極渦内外の輸送は非常に少ない。これは過去の多くの研究で述べられていることである。20 日目になると、2000 年では若干境界より低緯度側に達する粒子が見受けられ、1994 年の結果ではいくぶんかの極渦内への侵入があるが、数としては少ない。ただしこのような極渦内全体での水平発散・収束の量の精度についてはより詳細に検討する必要がある。

極渦の内側の様子に着目する。同心円上の粒子は近似的に仮想的な物質線であると考えることができる。2000 年(図 5.8)では、3 日目で 70°S より極側に碎波パターンに似た舌状のものができる。それに巻き込まれる形で 60°S より極側でとくによく攪拌されてゆく。PV のパ

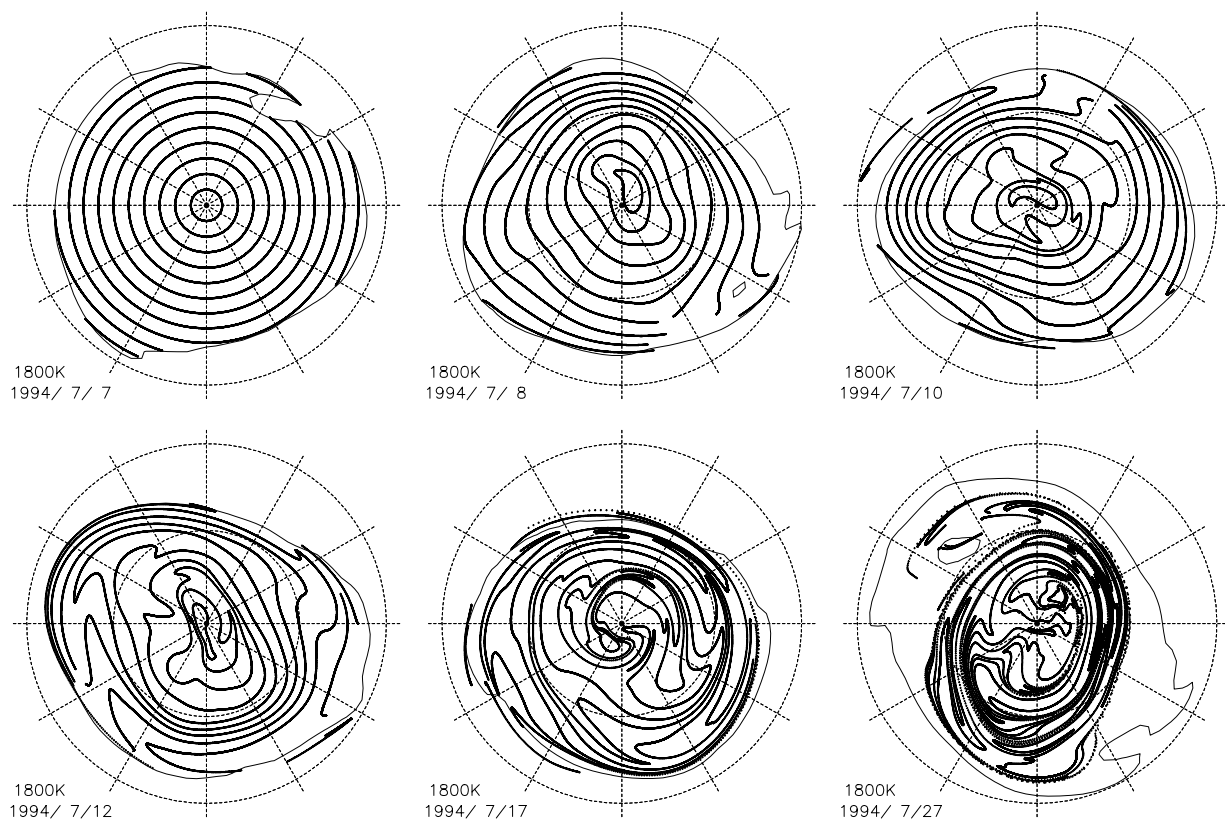


図 5.9: 図 5.8 と同じで、ただし 1994 年についてのもの。

ターン (図 5.6) にはそのようなものは見られない。境界線の長さが増えて小さなスケールの混合の効率がよくなるので、この領域では 20 日程度たつと、かなり混合がすすむ。それに対して同じ極渦内であっても 60°S より低緯度側では、20 日経過しても攪拌はほとんど進んでいない。一方、1994 年では (図 5.9)、10 日目程度では緯度円が形を保ったままである。20 日経過しても、極域では大きな変形をほとんど受けていない。 60°S 付近の物質線は引き伸ばしが見られるが、経度方向に限られたものである。

5.2.2 コンターアドベクション

近傍にあった空気塊が時間とともに離れてゆく様子を南北・東西という区別なしに調べるために、仮想的な物質コンターの動きをコンターアドベクションの手法を用いて調べた (Dritschel 1989; Waugh and Plumb 1994)。初期値として半径 0.05rad の円の形にコンターを置き、等温位面上で移流させる計算をおこなった。計算はコンター上の点の動きを計算することによって行うが、コンターの曲率に依存してその点の存在密度がおおきくなるように、

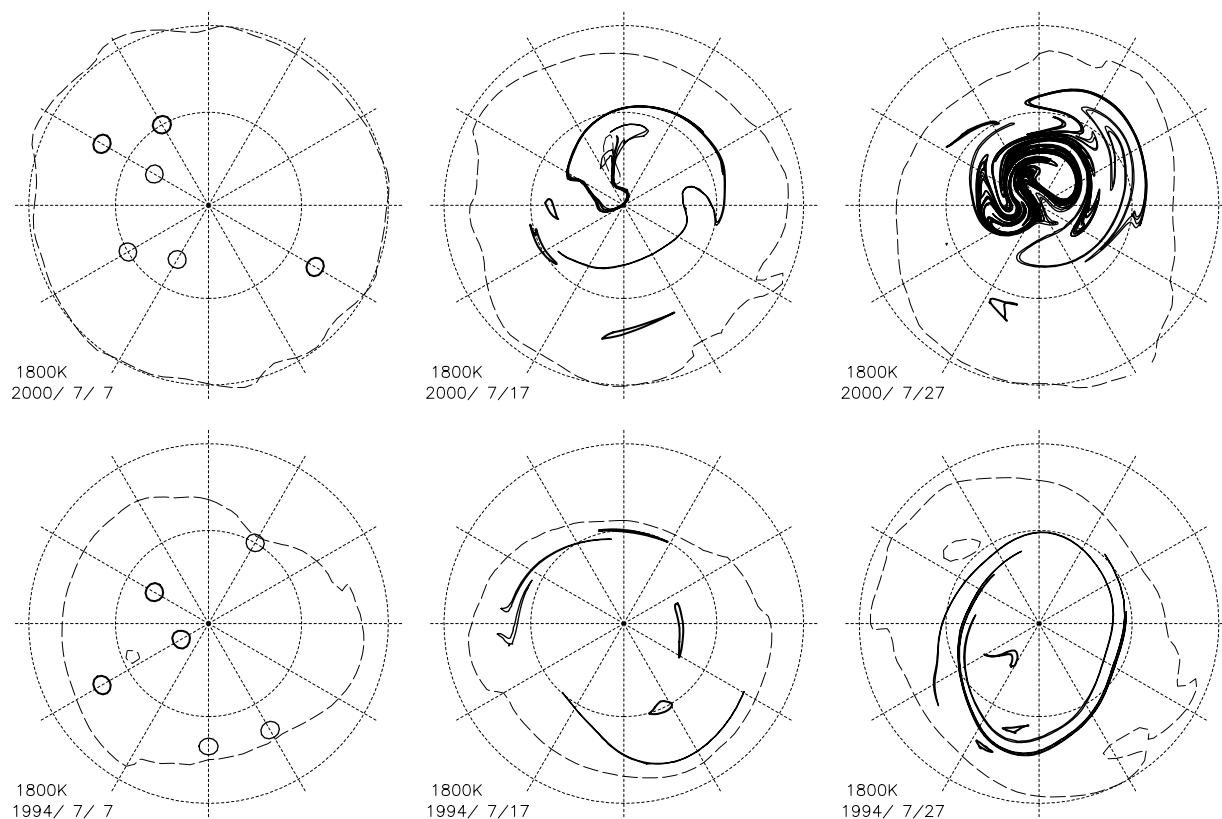


図 5.10: 6 本の物質コンターの移流。2000 年と 1994 年について、20 日の移流計算の結果もっともコンターの長さが長くなったものともっとも短かったものをそれぞれ 3 本ずつ、細いコンターと太いコンターでそれぞれ示している。

コンター上の点の再配置を 1 日 1 回おこなった。1 つのコンターを 2 つに分離したり 2 つのコンターを結合させるような “surgery” と呼ばれる手法は用いていない。円は図 5.12 に示されるような主要な緯度・経度線に沿って等間隔に置いた。2000 年と 1994 年について、20 日の移流計算の結果もっともコンターの長さが長くなったものともっとも短かったものをそれぞれ 3 つずつ、図 5.10 に示している。

極渦の内側は外側に比べてコンターの伸び方は小さいものの、2000 年の最も長くなる 3 つのコンターは、短時間で細い線状に引き伸ばされている。まず引き伸ばされた後、それが途中で折り曲げられ、折りたたまれる。このように引き伸ばし、折りたたみの繰り返しにより周囲の空気と混合されてゆく。しかしこのような過程は極渦内で一様に見られるわけではなく、混合が強くない場所も同時に存在している。2000 年の場合混合領域は 60°S より極側に限定されており、最も伸びが見られなかった 3 つのコンターがあったような領域では 20 日

経過してもコンターは形を保っている。

一方 1994 年では、極渦の中心付近の伸びは非常に小さい。この年の場合極渦の中心付近は剛体回転に近い動きをしていることがわかる。最も伸びの大きいコンターは極渦の縁付近にあるが、これらは風の南北シアーによって東西方向にのみ引き伸ばされており、図 5.7 と同様ゆっくりと極側へ動いている。

5.2.3 有限時間リアプノフ指数

このように、この 2 つの年では水平混合の様子が質的にもまったく異なった様相を示している。このような年による違いを、データが得られる 9 年間で調べた。

まず、粒子の動きのカオス的なふるまいの指標となる有限時間リアプノフ指数を求めた。計算の方法は 3 章と同じである。図 5.11 は 7 月 7 日から 20 日間の評価時間で有限時間リアプノフ指数を計算し、その空間分布を調べたものである。30°S より極側についての結果を示している。色が濃いほど値が高いことを表している。極渦の外側ではいつも値が高く、強くかき混ぜられていることがわかる。極渦の縁を境にして値がかなり明確に変化しており、ここが輸送の障壁になっていると考えられる。1993 年、1996 年、1999 年の場合がとくにはっきりしている。一方極渦の内側を見ると、1994 年や 1992 年では内側で一様で、値は外側に比べずっと低い。だがその他の年では一様ではなくむらがあり、70°S 付近で値が高く、50°S 付近で値が低いことが多い。1995 年や 1999 年、2000 年のその緯度での値は、外側と同程度にまで高くなっている。1998 年は例外的で、極渦の内側全体で高い値を持っている。

5.2.4 コンターの長さの時間発展

図 5.12 は図 5.10 と同様のコンターアドベクションを 9 年分の流れ場でおこなった結果である。円は主要な緯度・経度線に沿って等間隔 (緯度方向に 10 度間隔、経度方向に 30 度間隔) に置き、7 月 7 日から 20 日間計算している。最初に極渦の内側にあったものについて、20 日後の長さをグレースケールで表示している。一般的にいったりリアプノフ指数とよく似た特徴が得られるが、この手法では非線形の移流の効果も含まれている。1992 年や 1994 年では極付近がほとんど引き伸ばしを受けておらず、また他の年では極渦内で初期位置によって伸び方が異なっている。

図 5.12 でのコンターの長さの時間変化を調べ、図 5.13 に示した。初期時刻での長さを 1 とした相対的な値を表している。すべての点がどの年でも常に極渦の内側にある、70°S から 85°S までのコンターについて示している。太い折れ線はすべてのコンターの長さを平均したもので、太い直線はそれを直線にフィットしたものである。1995 年、1999 年、2000 年といった年では時間に対して指数関数的な伸びが見られた。2000 年ではほとんどすべてのコンターが指数関数的に伸びている。1999 年、1995 年ではごく一部そうでないものもある。それに対して 1992 年、1994 年といった年ではどのコンターも指数関数的な伸びを示していな

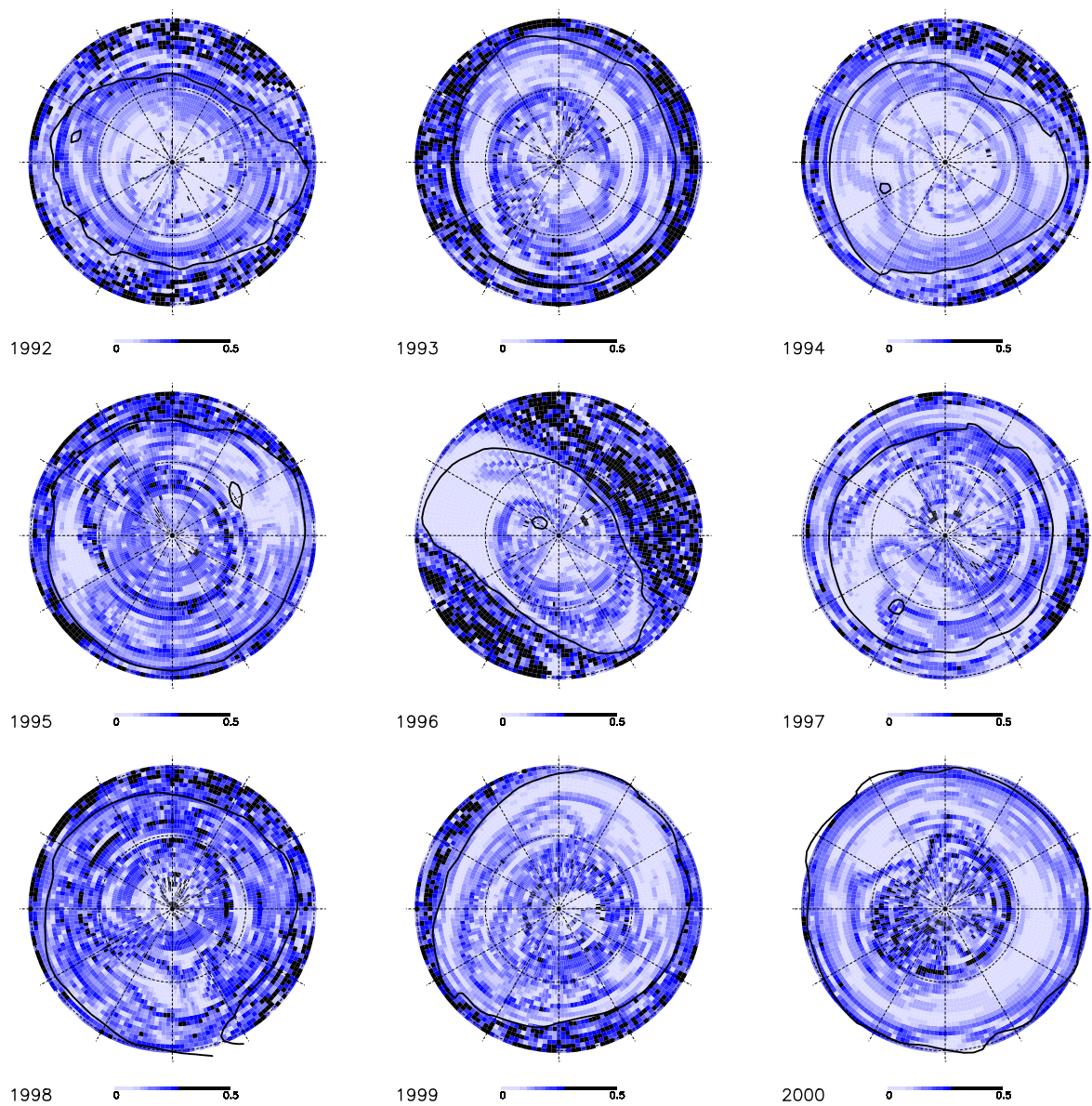


図 5.11: 有限時間リアプノフ指数の空間分布。単位は day^{-1} 。7 月 7 日を初期時刻とし、評価時間は 20 日。30°S より極側で、 $2^\circ \times 2^\circ$ の格子点上で計算している。

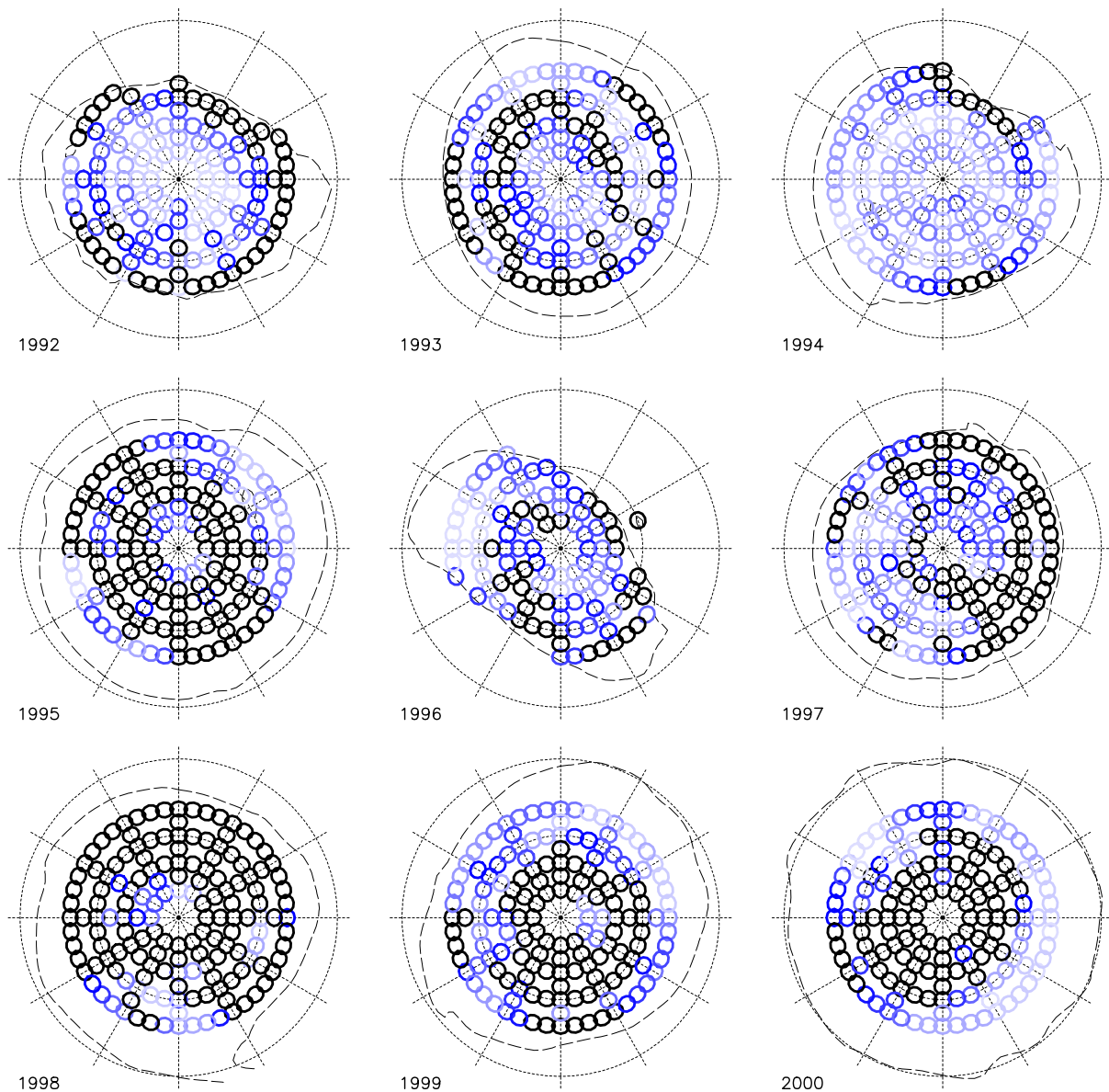


図 5.12: 図 5.10 のコンターアドベクションを 9 年分の流れ場で行い、最初に極渦の内側にあったものについて、20 日後の長さをグレースケールで表示したもの。円は主要な緯度・経度線に沿って等間隔に置き、7 月 7 日から 20 日間計算している。

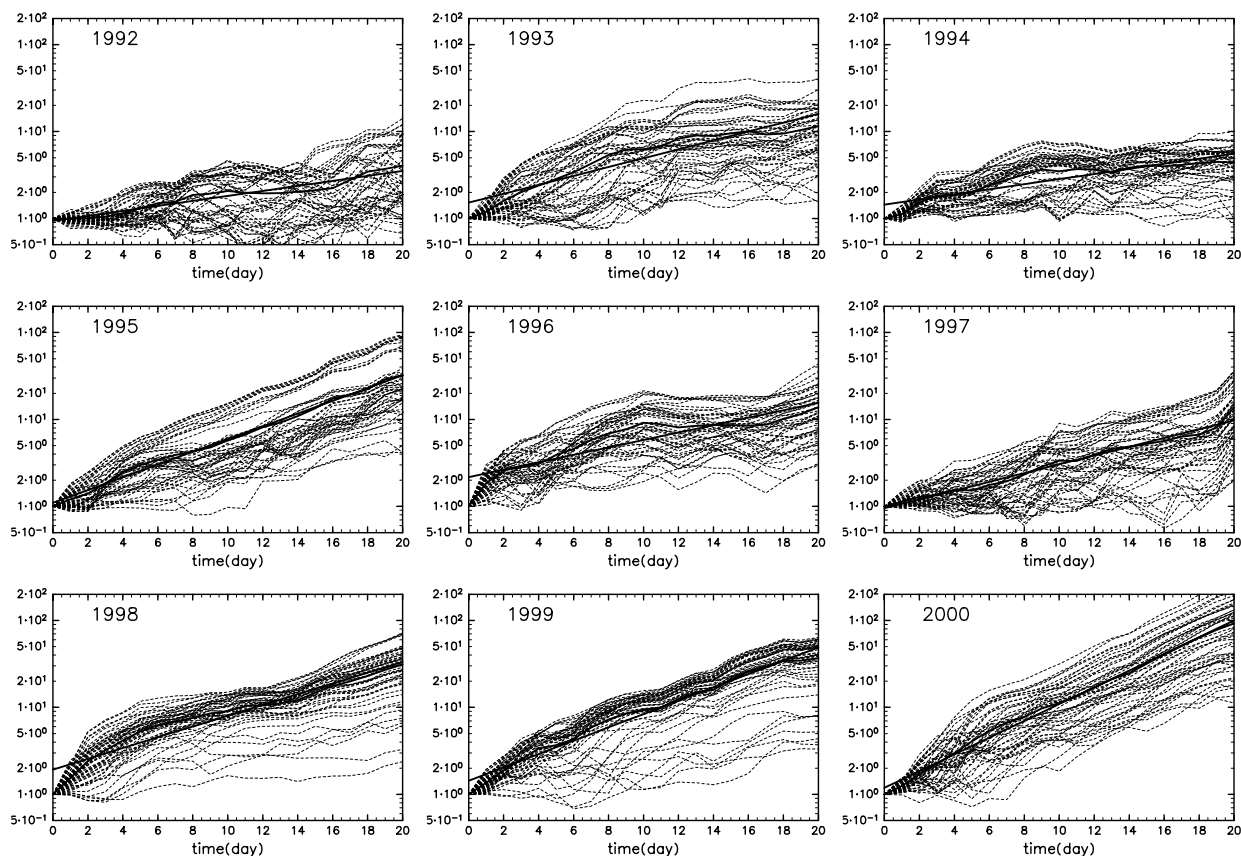


図 5.13: 図 5.12 で 70°S から 80°S までのコンターそれぞれについて、コンターの長さの時間変化を調べたもの。初期時刻での長さを 1 とした相対的な値を表している。太い折れ線はすべてのコンターの長さを平均したもので、太い直線はそれを直線にフィットしたものである。

い。伸び方は時間に対して指数関数的というよりは線形に近い。これは東西風の水平シアによって引き伸ばされているものと考えられ、図 5.10 の結果と一致する。また 1996 年のような年では 20 日間のうちによく伸びる時期と伸びない時期が存在している。これは流れ場が時間とともに大きく変化しているためと考えられる。

5.2.5 波の強さと混合の指標との相関関係

これまで見てきたように、極渦周辺の風の場合やその変動の様子には大きな年々変動があり、また極渦内の混合の強さにも年々変動があることがわかった。1992年から2000年の9年間の、これまで見てきた20日間について、これらの相関を調べた。流れ場の擾乱の強さとして70°Sから85°Sでの $\overline{q'^2}$ の20日間での平均、およびその波数1成分のみを取り出したものを用いた。また混合の強さとしては、図5.11でリアプノフ指数の70°Sから85°Sまでの平均、図5.12の20日目のコンターの長さの平均、および図5.13の太い直線から求めた平均の伸び率を用いた。これらの相関を図5.14に示した。相関係数を同時に示している。

擾乱が大きいほど有限時間リアプノフ指数が大きいという傾向ははっきりしている。ただし相関係数は0.6から0.7程度である。20日目のコンターの長さ $\overline{q'^2}$ 、およびその波数1との間の相関係数は0.9を越え、サンプル数が9点ではあるがかなり高い。 $\overline{q'^2}$ とコンターの伸び率との間にも、相関係数が0.8を越えるよい相関関係が見られる。1995年はやや例外的な年で、その年を除けばさらにより相関関係となる。

5.3 議論および考察

極域において、混合の強さと風の場合の擾乱の大きさとの間にはよい相関関係が見られたが、それらと風の場合との関係はどのようなになっているかについて考える。図5.5で見られたように、極渦内部では、1992,1994,1997年のようにPVが緯度方向に単調である年と、1993,1998,1999,2000年のように極渦の内側にPVの逆勾配がある年とに大きく分けられる。前者の年には風の場合は力学的に安定であると考えられる。このような年には図5.4にあるように極付近は剛体回転に近い流れになっており、図5.3で取り出されるような波動も小さい。それらから予想される通り、極域付近の混合は小さくなっている。その一方で、後者の年では極渦の内側のPVの逆勾配が存在するので風の場合は力学的に不安定である。不安定波が増幅し、その波によってその領域一帯の物質はよくかき混ぜられ、混合されることが予想される。図5.3に大きい振幅の東進波が見られる年のうち、2000年、1999年といった年ではそのような予想が結果と一致している。ただしそのような対応関係はすべての年で成り立っているわけではなく、1998年の場合は、PVの逆勾配はもっとも大きい、図5.3に速い東進波を明白にみることができない。また1995年の場合は、速い東進波がきれいに見えているが、PVに逆勾配はほとんど見られない。図5.14に示されているように、この2つの年での混合の強さは同程度である。このように混合・擾乱の大きさと東西平均の風の場合は必ずしも強く関連付けられているとはいえない。他の緯度・高さの風の場合の影響を受けている可能性も考えられる。

混合の強さの量的な指標として、図5.11では有限時間リアプノフ指数を、図5.12ではコンターアドベクションをおこなったが、有限時間リアプノフ指数は興味のある点のごく近傍での変形の効果の履歴を反映したものとなっている。値の高い場所では細かい構造が生じ、

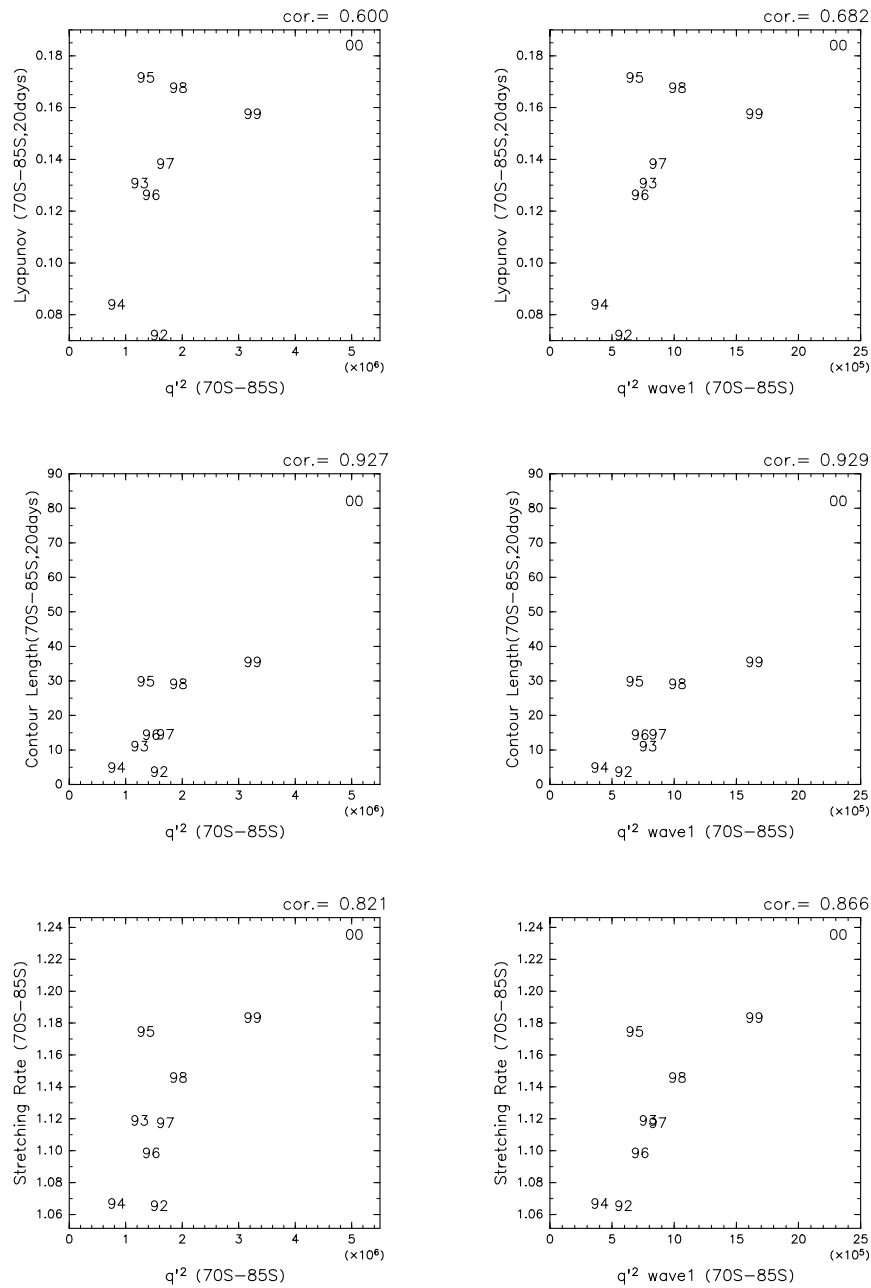


図 5.14: 1992 年から 2000 年の 9 年間の、これまで見てきた 20 日間について、流れ場の擾乱の強さと水平混合の強さとの間の関係。流れ場の擾乱の強さとして 70°S から 85°S での $\overline{q'^2}$ の 20 日間での平均 (左)、およびその波数 1 成分のみを取り出したもの (右) を用い、混合の強さとして図 5.11 で 70°S から 85°S までの平均 (上)、図 5.12 の 20 日目のコンターの長さの平均 (中)、そして図 5.13 の太い直線から求めた平均の伸び率 (下) を用いた。相関係数を同時に示している。

図 5.11 に見られるように格子点ごとに値が大きく異なっている。これはラグランジュ的なふるまいが初期位置に強く依存するので 2 点間の距離の成長も初期位置に強く依存するためと考えられる。そのため、十分長い評価時間を用いなければ少数の点でその領域を代表させることはできないと考えられる。一方コンターアドベクションは初期時刻に緯度円や PV に沿った物質コンターを置いて移流させることが多いが、このようなコンターアドベクションでは非線形効果を含んでおり、すなわち折り曲げ、折りたたみを含んで引き伸ばされるものを定量的に評価することができる。しかし同時に有限時間リアプノフ指数ほど細かい構造をとらえるのは困難である。南北方向の混合の強さに関する量的な指標は、Effective Diffusivity(Nakamura 1996) など他の有用なものも用いられている。

リアプノフ指数の分布(図 5.11)を見ると、混合の強い緯度帯も読みとることができる。2000 年の混合は 60°S から 80°S にかけて強い。同じ年の PV の場の時間変化(図 5.6)では東進波は 60°S から 80°S にかけて見られる。また、図 5.4 を見ると、この緯度での風速は周期 3-4 日で 1 周するような風速であり、東進波は流れにのってみればほぼ静止しているということもわかる。さらに図 5.8、5.10 においては、物質が碎波パターンの形に変形されている様子が見られる。これらのことから、東進波がよく見える緯度というのは東進波の臨界緯度になっていて、臨界層において物質が攪拌される原理によって混合が起きていると考えられる。

1150K といったより低い高度でも東西風の逆勾配や 4 日波の構造が見られたり、水平方向の混合が強められたりするのが見られる。しかし他の要因が多くなり、これらを互いに関連づけることは難しい。

5.4 結論

南半球・上部成層圏の真冬において 1992–2000 年の 9 年間で東西平均の風の場合に大きな年々変動が見られた。碎波による極渦の変動が大きいにもかかわらず、極域での 4 日波の活動に大きな年々変動があった。極渦内での大規模・水平方向の混合の強さは、4 日波の活動とよい相関関係があった。

4 日波の振幅が大きいときには極渦の内側でも効率のよい混合過程が存在していた。有限時間リアプノフ指数は外側での値に近いぐらいの高い値を持っている場所があり、物質コンターは時間とともに指数関数的に伸びることが確かめられた。このような混合過程は極渦内全体に一樣というよりは範囲が限られており、 70°S より極側でよく見られた。

一方同じ場所でも波動が見られない年には、風の場合は極を中心とする剛体回転に近く、混合は小さかった。有限時間リアプノフ指数は低く、物質コンターは時間とともに線形的な伸びを示しており、極夜ジェットの南北シアアーによって引き伸ばされるだけとみられる。

極渦内の混合の強さのこのような年々変動は、その領域におけるポテンシャル渦度の擾乱の強さについての年々変動と関係づけられることがわかった。中でも物質コンターの伸び率は擾乱の東西波数 1 成分と非常によい相関関係にあった。4 日波は風の場合の不安定から生じ

と考えられているが、この擾乱による混合と、東西平均の風の不安定の度合いとの関係は常に強いというものではなかった。

第6章

まとめ

本研究では、冬季成層圏極域での水平方向の混合過程および輸送障壁の力学的な構造やメカニズムについて、おもにラグランジュ的な手法を用いて調べた。

まず、球面上の2次元順圧モデルを用いて極渦を理想化した状況を再現した。準周期流の中では典型的なカオスの混合がおこっていて、極渦の外側、あるいは内側でも、効率的な混合がおこっていることがわかった。混合領域は、順圧不安定によって発達するプラネタリー波の臨界緯度との一致が見られた。ポアンカレ断面図により混合領域の正確な位置を特定することができ、不変トーラスの縁が混合の障壁となっていることがわかった。極渦の縁付近のポテンシャル渦度の強い勾配に対応する障壁に加えて、そのような強い勾配に対応しない別種の障壁が存在していた。また非周期流においても、カオスの混合が支配的であった。極渦の中心付近に孤立領域が存在しており、これは準周期流でのポアンカレ断面図で見られた不変トーラスで説明することができるものであった。

類似の孤立した構造などは Pierrehumbert (1991a,b) によって流れ場をあらかじめ与える運動学的なモデルを用いた結果でも見られているが、本研究は支配方程式に従った解を用いた力学的なモデルとなっており、力学的なモデルで準周期解を得て純粋なカオスの混合を再現しているのは他の同種の研究にない特徴である。東西方向の波成分に分けて見たとき、それぞれの波の臨界緯度にはよどみ点とそれを結ぶ流線からつくられる cat's eye の構造が見られた。その中央付近では流体粒子は孤立するが、流線の周辺はカオス領域になっていて、よどみ点を結ぶ流線がわずかに変動することによって混合されていた。これはハミルトニアン系に基づいた力学系の理論と一致するものである。この理論にもとづけば、安定多様体・不安定多様体を用いてヘテロクリニックな軌道をまたぐ輸送を求めるローブダイナミクスといった手法も輸送・混合を理解する別の方法となる (Malhotra and Wiggins 1998)。極渦の流れ場に適用したものもある (Koh and Plumb 2000) が、ヘテロクリニックな軌道は極渦の縁とは一致していないと考えられるので、この手法を用いて極渦の縁をまたぐ輸送を求めるまでには至っていない。理論的な単純な流れと極渦の流れ場との対応関係をより明確にすればこのような手法も有効な手段になると考えられる。

カオスの混合が起きているような流れの中ではポテンシャル渦度は周期性を持ち、時間・空間的になめらかな変化をするのに対して、流体粒子の軌跡はカオス領域において周期性を

持たず、フィラメント状の微細な構造が多く形成されていた。この両者がラグランジュ的に見てどのように関係づけられているか、とくにポテンシャル渦度の非保存項の作用について調べた。定常波の流れでは、プラネタリー波の臨界緯度にあるよどみ点に向かって近づく際に流体粒子のもつ速さが時間とともに低下し、同じ流線上にある2点間の距離は縮められる。このためその2点間のトレーサーの変化が緩やかであっても、縮められることにより強い勾配が作り出されていた。ラグランジュ的に保存されるトレーサーはこの作用により細かい構造が作り出されるが、非保存項をもつポテンシャル渦度はそれより短い時間スケールで非保存項の作用により緩和されるため、常に滑らかな分布が維持されていることがわかった。不規則性を増してゆくと、流れ場によってより短時間で細かい構造が作り出され、ポテンシャル渦度でもフィラメント状の構造が維持されていた。

そして、現実の成層圏の4次元同化データを用いて等温位面上での移流計算をおこない、そこでの混合過程を調べた。ここまでで想定した流れの特徴をふまえ、南半球真冬の上部成層圏を調べた。プラネタリー波の活動が弱く砕波による極渦の変動が大きいにもかかわらず、極域での4日波の活動に大きな年々変動があった。4日波の振幅が大きいときには極渦の内側でも効率のよい混合過程が存在していた。有限時間リアプノフ指数は外側での値に近いぐらいの高い値を持っている場所があり、物質コンターは時間とともに指数関数的に伸びることが確かめられた。一方同じ場所でも波動が見られない年には、風の場合は極を中心とする剛体回転に近く、混合は小さかった。極夜ジェット of 南北シアーによって引き伸ばされるだけであるとみられる。このような混合の強さの年々変動は、その場所での擾乱の強さの年々変動と関係づけられることがわかった。擾乱をもたらす4日波は風の場合の不安定から生じると考えられているが、この擾乱による混合と、東西平均風の不安定の度合いとの関係は常に強いというものではなかった。

過去の様々な研究から現実大気においても原理的にはカオスの混合が少なからず役割を果たしていることがわかっている (e.g. Pierce and Fairlie 1993; Bowman 1993) が、モデルの流れの中で得られたメカニズムをそのまま現実大気に適用するのは困難を伴う。流れ自身が不規則であることによる混合を含んでおり、この相対的な重要性を見積もる必要がある。4章のパラメータ空間で見て現実はどこにあたるのかといったことも有用な情報になりうる。さらに3次元の流体粒子の動き、重力波などによる小さいスケールの流れの効果などを考慮することも必要である。冬極域では空気は下降しており、上部成層圏での輸送・混合過程は下部成層圏の物質の分布などにも影響を及ぼすと考えられる。化学物質の観測データとの比較などを通じて、下部成層圏を含めた極渦全体での理解につなげてゆく必要があるだろう。

基礎となった論文

Thesis の基礎となった論文は以下のとおりである。

1. Chaotic Mixing and Transport Barriers in an Idealized Stratospheric Polar Vortex
(理想化した成層圏周極渦におけるカオスの混合と輸送障壁)
アメリカ気象学会誌 Journal of the Atmospheric Sciences, 58 巻, 17 号, 2,616 頁-2,629 頁
(平成 13 年 9 月刊行) 掲載
水田亮, 余田成男の共著
2. 成層圏極渦を想定した準周期流におけるカオスの混合と輸送障壁
日本流体力学会誌「ながれ」, 20 巻, 6 号, 505 頁-506 頁 (平成 13 年 12 月刊行) 掲載,
「ながれマルチメディア」<http://www.nagare.or.jp/mm/2001/mizuta/>.
水田亮, 余田成男の共著
3. Interannual Variability of the 4-day Wave and Isentropic Mixing inside the Polar Vortex in
Midwinter of the Southern Hemisphere Upper Stratosphere
(南半球上部成層圏の真冬の極渦内における 4 日波と等温位面内混合の年々変動)
Journal of Geophysical Research, 投稿中
水田亮, 余田成男の共著

その他参考となる論文は以下のとおりである。

4. 2 次元非発散流体中における渦パッチの変形と流体混合 – コンターダイナミクスによる数
値計算 –
日本流体力学会誌「ながれ」, 17 巻, 3 号, 185 頁-186 頁 (平成 10 年 6 月刊行) 掲載
「ながれマルチメディア」<http://www.nagare.or.jp/mm/98/mizuta/>.
水田亮, 堀居堅志, 余田成男の共著

謝辞

本研究の遂行にあたり、絶えず熱心にご指導いただきました余田成男先生に深く感謝申し上げます。また、様々な面でご指導くださいました廣田勇先生、および京都大学気象学研究室の皆様感謝いたします。

数値モデルの作成には ISPACK(Ishioka 1999) のライブラリを利用しました。モデル計算には京都大学大型計算機センターの VPP500, VPP800 を利用しました。作図にはすべて、地球流体電脳ライブラリ (SGKS Group 2001) を用いました。ここに記して、謝意を表します。UKMO データを提供してくださったサイエンスチームの方々、データの収集・加工をおこなっていただいた環境研究所の林寛生さん、宇宙開発事業団の河本望さんにも感謝いたします。

付録

A 有限時間リアプノフ指数

有限時間リアプノフ指数を数値的に求める方法について述べる。

もっとも簡便な方法は、適当な向きの $\delta \mathbf{x}$ を1つだけ用いる方法である。2つの軌道 $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}(t) + \delta \mathbf{x}(t)$ を計算し、

$$\lambda_1(\mathbf{x}(t_0), \tau) \sim \frac{1}{\tau} \log \frac{|\delta \mathbf{x}(t_0 + \tau)|}{|\delta \mathbf{x}(t_0)|}, \quad (\text{A.1})$$

とする。適当な向きの $\delta \mathbf{x}$ が最も大きく拡大するわけではないが、最も大きく拡大する向きの成分をわずかでも持っていればその向きが拡大し、十分時間が経てば近似的に最大のリアプノフ指数と一致すると考えられる。ただし τ が小さいと十分な近似が得られない可能性がある。

本研究では、特異ベクトル法を用いた (Shimada and Nagashima 1979; Goldhirsch et al. 1987; Geist et al. 1990)。まず、流体粒子が流れ場によって移流される状況を考える。その流体粒子の軌跡は、

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{v}(\mathbf{x}(t), t), \quad (\text{A.2})$$

を時間積分した解 $\mathbf{x}(t)$ で与えられる。 $\mathbf{v}$ は流れ場の速度である。この軌道からの微小な摂動を $\delta \mathbf{x}(t)$ とすると、その時間発展は

$$\frac{d}{dt} \delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{J}(\mathbf{x}(t), t) \delta \mathbf{x}(t), \quad (\text{A.3})$$

で表される。ここで、 $\mathbf{J}$ は $\mathbf{v}$ のヤコビアンである。これを時刻 $t = t_0$ から $t = t_0 + \tau$ まで積分すると、

$$\delta \mathbf{x}(t_0 + \tau) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(t_0), \tau) \delta \mathbf{x}(t_0), \quad (\text{A.4})$$

となる。ただし

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}(t_0), \tau) = e^{\int_{t_0}^{t_0 + \tau} \mathbf{J} dt}, \quad (\text{A.5})$$

である。

ここで、ある初期時刻 t_0 において $\mathbf{x}(t_0)$ のまわりに微小な半径 ε の n 次元球領域を考える；

$$\delta \mathbf{x}^\top(t_0) \delta \mathbf{x}(t_0) = \varepsilon^2. \quad (\text{A.6})$$

(A.4) を代入すると、

$$\delta \mathbf{x}^\top(t_0 + \tau) [\mathbf{M} \mathbf{M}^\top]^{-1} \delta \mathbf{x}(t_0 + \tau) = \varepsilon^2, \quad (\text{A.7})$$

となり、 n 次元球は n 次元楕円体に変形される。 $\mathbf{M} \mathbf{M}^\top$ の固有値を σ_i^2 、対応する正規化された固有ベクトルを $\boldsymbol{\zeta}_i$ とすると、楕円の主軸長は $\varepsilon \sigma_i$ 、主軸方向は $\boldsymbol{\zeta}_i$ である。 $\mathbf{M} \mathbf{M}^\top$ は半正値対称行列だから固有ベクトル $\boldsymbol{\zeta}_i$ は直交系をなし、主軸は直交している。そして以下の関係が成り立つ；

$$\mathbf{M} \mathbf{M}^\top \boldsymbol{\zeta}_i = \sigma_i^2 \boldsymbol{\zeta}_i. \quad (\text{A.8})$$

一方、 $\mathbf{M}^\top \mathbf{M}$ の固有値は $\mathbf{M} \mathbf{M}^\top$ の固有値に等しく、対応する正規化された固有ベクトルを $\mathbf{f}_i$ とすると

$$\mathbf{M}^\top \mathbf{M} \mathbf{f}_i = \sigma_i^2 \mathbf{f}_i. \quad (\text{A.9})$$

$\mathbf{M}^\top \mathbf{M}$ も半正値対称行列だから固有ベクトル $\mathbf{f}_i$ は直交系をなしている。両辺に左から $\mathbf{f}_i^\top$ をかけると、

$$\mathbf{f}_i^\top \mathbf{M}^\top \mathbf{M} \mathbf{f}_i = \sigma_i^2 \mathbf{f}_i^\top \mathbf{f}_i, \quad (\text{A.10})$$

$$||\mathbf{M} \mathbf{f}_i||^2 = \sigma_i^2 ||\mathbf{f}_i||^2, \quad (\text{A.11})$$

$$||\mathbf{M} \mathbf{f}_i|| = \sigma_i. \quad (\text{A.12})$$

つまり、 $\mathbf{f}_i$ は $\mathbf{M}$ によって σ_i 倍に引き伸ばされる。ここで、(A.9) の両辺に左から $\mathbf{M}$ をかけると

$$\mathbf{M} \mathbf{M}^\top (\mathbf{M} \mathbf{f}_i) = \sigma_i^2 (\mathbf{M} \mathbf{f}_i). \quad (\text{A.13})$$

(A.8) と (A.13) を比較すると、

$$\mathbf{M} \mathbf{f}_i = C \boldsymbol{\zeta}_i, \quad (\text{A.14})$$

となっている。係数 C は、(A.12) より決定され、

$$\mathbf{M} \mathbf{f}_i = \sigma_i \boldsymbol{\zeta}_i, \quad (\text{A.15})$$

となる。

すなわち、 $\mathbf{f}_i$ は評価時間 τ 後に σ_i 倍に引き伸ばされて楕円体の主軸方向 ζ_i を向くベクトルであって、初期摂動の適当な正規直交基底であるといふことができる。この $\mathbf{f}_i$ を前方特異値ベクトル、 ζ_i を後方特異値ベクトルとよび、楕円の主軸の長さ σ_i を特異値とよぶ。図 A.1 はこれらの考え方を概念的に表したものである。

有限時間リアプノフ指数は、特異値の指数関数的な成長率

$$\lambda_i = \frac{1}{\tau} \log \sigma_i, \quad (\text{A.16})$$

で定義される。 $\tau \rightarrow \infty$ の極限をとれば、一般のリアプノフ指数と一致する。

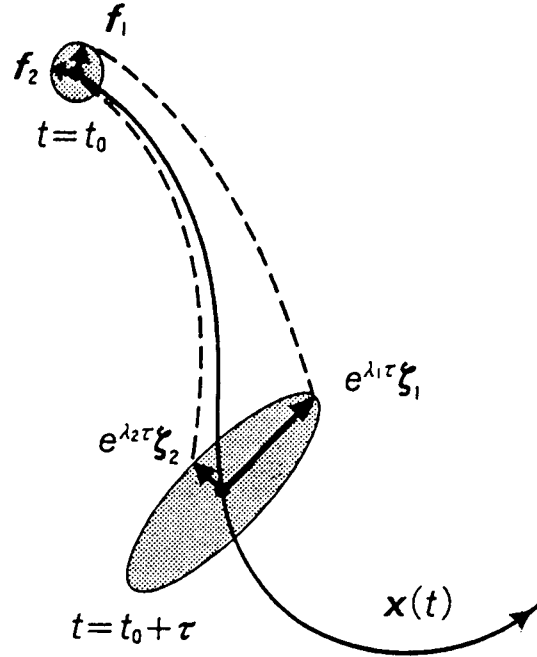


図 A.1: 流体塊の変形に関する有限時間リアプノフ解析。円で囲んだ領域が、有限時間 τ 後には楕円に変形される。その主軸長は $e^{\lambda_i \tau}$ で与えられる。

参考文献

- Allen, D. R., and N. Nakamura, 2001: A seasonal climatology of effective diffusivity in the stratosphere. *J. Geophys. Res.*, *submitted*.
- Allen, D. R., J. L. Stanford, L. S. Elson, E. F. Fishbein, L. Froidevaux, and J. W. Waters, 1997: The 4-day wave as observed from the Upper Atmosphere Research Satellite Microwave Limb Sounder. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 420–434.
- Andrews, D. G., J. R. Holton, and C. B. Leovy, 1987: *Middle Atmosphere Dynamics*. Academic Press, 489pp.
- Aref, H., 1984: Stirring by chaotic advection. *J. Fluid Mech.*, **143**, 1–21.
- Behringer, R. P., S. D. Meyers, and H. L. Swinney, 1991: Chaos and mixing in a geostrophic flow. *Phys. Fluids*, **A3**, 1243–1249.
- Bowman, K. P., 1993: Large-scale isentropic mixing properties of the Antarctic polar vortex from analyzed winds. *J. Geophys. Res.*, **98**, 23013–23027.
- Bowman, K. P., 1996: Rossby wave phase speeds and mixing barriers in the stratosphere. Part I: Observations. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 905–916.
- Bowman, K. P., and P. Chen, 1994: Mixing by barotropic instability in a nonlinear model. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 3692–3705.
- Chen, P., 1994: The permeability of the Antarctic vortex edge. *J. Geophys. Res.*, **99**, 20563–20571.
- Chen, P., J. R. Holton, A. O'Neill, and R. Swinbank, 1994: Quasi-horizontal transport and mixing in the Antarctic stratosphere. *J. Geophys. Res.*, **99**, 16851–16866.
- del-Castillo-Negrete, D., and P. J. Morrison, 1993: Chaotic transport by Rossby waves in shear flow. *Phys. Fluids*, **A5**, 948–965.
- Dritschel, D. G., 1989: Contour dynamics and contour surgery: Numerical algorithms for extended, high-resolution modeling of vortex dynamics in two-dimensional, inviscid, incompressible flows. *Comput. Phys. Rep.*, **10**, 77–146.
- Duan, J., and S. Wiggins, 1996: Fluid exchange across a meandering jet with quasiperiodic variability. *J. Phys. Oceanogr.*, **26**, 1176–1188.

- Geist, K., U. Parlitz, and W. Lauterborn, 1990: Comparison of different methods for computing Lyapunov exponents. *Prog. Theor. Phys.*, **83**, 875–893.
- Goldhirsch, I., P.-L. Sulem, and S. A. Orszag, 1987: Stability and Lyapunov stability of dynamical systems: A differential approach and a numerical method. *Physica*, **27D**, 311–337.
- Grassberger, P., and I. Procaccia, 1983: Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica*, **9D**, 189–208.
- Hartmann, D. L., 1983: Barotropic instability of the polar night jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 817–835.
- Harwood, R. S., 1975: The temperature structure of the Southern Hemisphere stratosphere August - October 1971. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, **101**, 75–91.
- Haynes, P. H., 1989: The effect of barotropic instability on the nonlinear evolution of a Rossby-wave critical layer. *J. Fluid Mech.*, **207**, 231–266.
- Haynes, P. H., 1999: Transport, stirring and mixing in the atmosphere. Chapter in *Mixing: chaos and turbulence*, H. Chaté, E. Villermaux, J.-M. Chomaz Eds., Kluwer Academic Publishers, 396pp.
- Haynes, P. H. , and E. F. Shuckburgh, 2000: Effective diffusivity as a diagnostic of atmospheric transport. 1. Stratosphere. *J. Geophys. Res.*, **105**, 22777–22794.
- Holton, J. R., P. H. Haynes, M. E. McIntyre, A. R. Douglass, R. B. Rood, and L. Pfister, 1995: Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, **33**, 403–439.
- Hoskins, B. J., M. E. McIntyre, and A. W. Robertson, 1985: On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, **111**, 877–946.
- Hsu, H.-H. and S.-P. Weng, 2001: The stratospheric antarctic intraseasonal oscillation during the Austral winter. *J. Meteor. Soc. Japan*, *submitted*.
- Ishioka, K., 1999: ispack-0.3. 地球流体電脳倶楽部, [Available online at <http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/>.]
- Ishioka, K., and S. Yoden, 1995: Non-linear aspects of a barotropically unstable polar vortex in a forced-dissipative system: Flow regimes and tracer transport. *J. Meteor. Soc. Japan*, **73**, 201–212.
- Juckes, M. N., and M. E. McIntyre, 1987: A high-resolution one-layer model of breaking planetary waves in the stratosphere. *Nature*, **328**, 590–596.
- Koh, T. -Y., and R. A. Plumb, 2000: Lobe dynamics applied to barotropic Rossby-wave breaking. *Phys. Fluids*, **12**, 1518–1528.

- Lichtenberg, A. J., and M. A. Lieberman, 1992: *Regular and Chaotic Dynamics*. 2nd ed., Springer Verlag, 692pp.
- Malhotra, N., and S. Wiggins, 1998: Geometric structures, lobe dynamics, and Lagrangian transport in flows with aperiodic time-dependence, with applications to Rossby wave flow. *J. Nonlinear Sci.*, **8**, 401–456.
- Manney, G. L., T. R. Nathan, and J. L. Stanford, 1988: Barotropic stability of realistic stratospheric jets. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2545–2555.
- Manney, G. L., Y. J. Orsolini, H. C. Pumphrey, and A. E. Roche, 1998: The 4-day wave and transport of UARS tracers in the Austral polar vortex. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 3456–3470.
- McIntyre, M. E., 1989: On the Antarctic ozone hole. *J. Atmos. Terr. Phys.*, **51**, 29–43.
- McIntyre, M. E., and T. N. Palmer, 1983: Breaking planetary waves in the stratosphere. *Nature*, **305**, 593–600.
- McIntyre, M. E., and T. N. Palmer, 1984: The “surf zone” in the stratosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, **46**, 825–849.
- 水田 亮, 堀居 堅志, 余田 成男, 1998: 2次元非発散流体中における渦パッチの変形と流体混合—コンターダイナミクスによる数値計算—ながれ, **17**, [Available online at <http://www.nagare.or.jp/mm/98/mizuta/>.]
- Mizuta, R., and S. Yoden, 2001a: Chaotic mixing and transport barriers in an idealized stratospheric polar vortex. *J. Atmos. Sci.*, **58**, 2616–2629.
- Mizuta, R., and S. Yoden, 2001b: Interannual variability of the 4-day wave and isentropic mixing inside the polar vortex in midwinter of the Southern Hemisphere upper stratosphere. *J. Geophys. Res.*, *submitted*.
- 水田 亮, 余田 成男, 2001: 成層圏極渦を想定した準周期流におけるカオスの混合と輸送障壁. ながれ, **20**, [Available online at <http://www.nagare.or.jp/mm/2001/mizuta/>.]
- 森 肇, 蔵本 由紀, 1994: 散逸構造とカオス. 岩波書店, 296pp.
- Nakamura, N., 1996: Two-dimensional mixing, edge formation, and permeability diagnosed in area coordinates. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 1524–1537.
- Neufeld, Z., C. Lopez, and P. H. Haynes, 1999: Smooth-filamental transition of active tracer fields stirred by chaotic advection. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 2606–2609.
- Neufeld, Z., C. López, E. Hernández-García, and T. Tél, 2000: Multifractal structure of chaotically advected chemical fields. *Phys. Rev.*, **E 61**, 3857–3866.
- Ngan, K., 1997: Chaotic advection in the stratosphere. Ph.D. thesis, University of Toronto, 179pp.

- Ngan, K., and T. G. Shepherd, 1997: Chaotic mixing and transport in Rossby-wave critical layers. *J. Fluid Mech.*, **334**, 315–351.
- Norton, W. A., 1994: Breaking Rossby waves in a model stratosphere diagnosed by a vortex-following coordinate system and a technique for advecting material contours. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 654–673.
- Orsolini, Y., and P. Simon, 1995: Idealized life cycles of planetary-scale barotropic waves in the middle atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3817–3835.
- Ottino, J. M., 1989: *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport*. Cambridge University Press, 364pp.
- Pierce, R. B., and T. D. Fairlie, 1993: Chaotic advection in the stratosphere: Implications for the dispersal of chemically perturbed air from the polar vortex. *J. Geophys. Res.*, **98**, 18589–18595.
- Pierce, R. B., T. D. Fairlie, W. L. Grose, R. Swinbank, and A. O'Neill, 1994: Mixing processes within the polar night jet. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 2957–2972.
- Pierrehumbert, R. T., 1991a: Large-scale horizontal mixing in planetary atmospheres. *Phys. Fluids*, **A3**, 1250–1260.
- Pierrehumbert, R. T., 1991b: Chaotic mixing of tracer and vorticity by modulated travelling Rossby waves. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **58**, 285–319.
- Plumb, R. A., 2001: Stratospheric transport. *J. Meteor. Soc. Japan.*, *submitted*.
- Plumb, R. A., D. W. Waugh, R. J. Atkinson, P. A. Newman, L. R. Lait, M. R. Schoeberl, E. V. Browell, A. J. Simmons, M. Loewenstein, 1994: Intrusions into the lower stratospheric Arctic vortex during the winter of 1991-1992. *J. Geophys. Res.*, **99**, 1089–1105.
- Polvani, L. M., and R. A. Plumb, 1992: Rossby wave breaking, microbreaking, filamentation, and secondary vortex formation: The dynamics of a perturbed vortex. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 462–476.
- Prata, A. J., 1984: The 4-day wave. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 150–155.
- Samelson, R. M., 1992: Fluid exchange across a meandering jet. *J. Phys. Oceanogr.*, **22**, 431–440.
- Schoeberl, M. R., and D. L. Hartmann, 1991: The dynamics of the stratospheric polar vortex and its relation to springtime ozone depletions. *Science*, **251**, 46–52.
- Schoeberl, M. R., L. R. Lait, P. A. Newman, and J. E. Rosenfield, 1992: The structure of the polar vortex. *J. Geophys. Res.*, **97**, 7859–7882.
- SGKS Group, 2001: DCL-5.2. 地球流体電脳倶楽部, [Available online at <http://www.gfd-dennou.org/library/dcl/>.]

- Shimada, I., and T. Nagashima, 1979: A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems. *Prog. Theor. Phys.*, **61**, 1605–1616.
- Sommeria, J., S. D. Meyers, and H. L. Swinney, 1989: Laboratory model of a planetary eastward jet. *Nature*, **337**, 58–61.
- Stanford, J. L., 1999: The 4-day wave. Chapter in *Recent Advances in Stratospheric Dynamics*, T. R. Nathan and E. C. Cordero, Eds., Research Trends, 93–112.
- Stewartson, K., 1978: The evolution of the critical layer of a Rossby wave. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **9**, 185–200.
- Swinbank, R. and A. O'Neill, 1994: A stratosphere-troposphere data assimilation system. *Mon. Weather Rev.*, **122**, 686–702.
- Venne, D. E., and J. L. Stanford, 1979: Observation of a 4-day temperature wave in the polar winter stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 2016–2019.
- Venne, D. E., and J. L. Stanford, 1982: Observational study of high-latitude stratospheric planetary waves in winter. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1026–1034.
- Warn, T., and H. Warn, 1978: The evolution of a nonlinear critical level. *Stud. Appl. Math.*, **59**, 37–71.
- Waugh, D. W., and R. A. Plumb, 1994: Contour advection with surgery: a technique for investigating fine scale structure in atmospheric transport. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 530–540.
- Waugh, D. W., R. A. Plumb, R. J. Atkinson, M. R. Schoeberl, L. R. Lait, P. A. Newman, M. Loewenstein, D. W. Toohey, L. M. Avallone, C. R. Webster, and R. D. May, 1994: Transport out of the lower stratospheric Arctic vortex by Rossby wave breaking. *J. Geophys. Res.*, **99**, 1071–1088.
- Wiggins, S., 1992: *Chaotic Transport in Dynamical Systems*. Springer Verlag, 301pp.